硕士学位论文

基于超低损耗氮化硅波导的高亮度、窄线宽集成量子光源

BRIGHT, NARROWBAND, INTEGRATED PHOTON-PAIR SOURCES WITH ULTRALOW-LOSS SILICON NITRIDE WAVEGUIDES

研　　究　　生：陈睿扬

指　导　教　师：杨胜军 副研究员

副 指 导 教 师：刘骏秋 研究员

南方科技大学

二〇二五年六月

国内图书分类号：XXxxx.x　　学校代码：14325
国际图书分类号：xx-x　　密级：公开

理学硕士学位论文

基于超低损耗氮化硅波导的高亮度、窄线宽集成量子光源

学 位 申 请 人：陈睿扬
指 导 教 师：杨胜军 副研究员
副 指 导 教 师：刘骏秋 研究员
学 科 名 称：物理学
答 辩 日 期：2025 年 6 月
培 养 单 位：量子科学与工程研究院
学位授予单位：南方科技大学

BRIGHT, NARROWBAND, INTEGRATED PHOTON-PAIR SOURCES WITH ULTRALOW-LOSS SILICON NITRIDE WAVEGUIDES

A dissertation submitted to
Southern University of Science and Technology
in partial fulfillment of the requirement
for the degree of
Master of Science
in
Physics

by
Chen Ruiyang

Supervisor: Prof. Liu Junqiu
Associate Supervisor: Associate Prof. Luo Yihan

June, 2025

南方科技大学学位论文原创性声明和使用授权说明

南方科技大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：所提交的学位论文是本人在导师指导下独立进行研究工作所取得的成果。除了特别加以标注和致谢的内容外，论文中不包含他人已发表或撰写过的研究成果。对本人的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中作了明确的说明。本声明的法律结果由本人承担。

作者签名：陈睿扬　　日期：2025.3.17

南方科技大学学位论文使用授权书

本人完全了解南方科技大学有关收集、保留、使用学位论文的规定，即：

1. 按学校规定提交学位论文的电子版本。

2. 学校有权保留并向国家有关部门或机构送交学位论文的电子版，允许论文被查阅。

3. 在以教学与科研服务为目的前提下，学校可以将学位论文的全部或部分内容存储在有关数据库提供检索，并可采用数字化、云存储或其他存储手段保存本学位论文。

（1）在本论文提交当年，同意在校园网内提供查询及前十六页浏览服务。

（2）在本论文提交☑当年/☐__年以后，同意向全社会公开论文全文的在线浏览和下载。

4. 保密的学位论文在解密后适用本授权书。

作者签名：陈睿扬　　日期：2025.3.17

指导教师签名：杨胜军　　日期：2025.3.17

目 录

第 1 章 引言 1
1.1 光量子信息 1
1.2 集成光量子信息调控发展 2
1.3 本文的主要内容 3
第 2 章 基本概念 5
2.1 光波导 5
2.1.1 波导中光场的模式 6
2.1.2 波导的色散与色散工程 7
2.2 微环谐振腔 8
2.2.1 微环谐振腔的谐振条件和色散 9
2.2.2 腔模的动力学方程 10
2.2.3 共振线的线宽 12
2.2.4 腔内能量 15
2.3 腔增强自发四波混频 16
2.3.1 非线性相互作用的哈密顿量 16
2.3.2 腔内自发四波混频的动力学演化 17
2.3.3 关于腔内自发四波混频与环腔基本性质的讨论 19
第 3 章 微环谐振腔的基本性质表征 22
3.1 芯片耦合台的搭建 22
3.2 环腔表征平台 25
3.2.1 表征的方法与装置 25
3.2.2 光纤环腔的 FSR 标定 26
3.2.3 光纤环腔 FSR 标定的结果和稳定性分析 28
3.3 氮化硅微环谐振腔的基本性质表征 29
第 4 章 集成量子光源的亮度表征 32
4.1 亮度的定义 32
4.2 集成量子光源亮度表征的基本原理 33
4.3 实验装置 36

4.4 亮度表征的实验结果……38
4.4.1 符合计数直方图……38
4.4.2 亮度的表征结果……40
4.5 关于亮度表征的讨论……41
4.5.1 高次项拟合的必要性……41
4.5.2 符合窗口宽度的选择……42
4.5.3 链路效率分析……42
4.5.4 信噪比分析……43
第 5 章 集成量子光源的二阶关联性质表征……46
5.1 二阶关联函数……46
5.2 预报单光子源的单光子性表征……48
5.3 光源的纯度……49
5.3.1 纯度的定义……49
5.3.2 基于二阶关联的纯度测量……50
5.3.3 测量结果与讨论……51
第 6 章 纠缠态的构建与表征……53
6.1 量子纠缠态……53
6.1.1 量子态与量子比特……53
6.1.2 量子纠缠……54
6.1.3 Franson 干涉仪与能量 - 时间纠缠……55
6.2 非等臂干涉仪的锁相……56
6.2.1 锁相原理……57
6.2.2 锁相方案的实验验证……59
6.2.3 锁相稳定性的评估……62
6.3 双光子干涉实验……65
总结与讨论……68
参考文献……70
附录 A 补充内容……77
致 谢……81
个人简历、在学期间完成的相关学术成果……82

第 1 章　引言

1.1　光量子信息

对光的本性讨论，其渊源可回溯至牛顿于 1704 年所著 *Opticks*。在这部著作中，光被牛顿认定是由微粒所构成。然而，在同一时期的 1690 年，惠更斯依据胡克的观点，发展出光的波动理论。随后一个世纪，鉴于牛顿在物理学领域所拥有的至高声望，光的微粒说被广泛认可与接纳。直至 19 世纪初期，杨氏双缝干涉实验横空出世，凭借干涉现象不容置疑地证实了光具备波动性。光具有波动性表明它遵循叠加原理，以此为基石，波动光学这一学科得以循序渐进地构建起来。19 世纪中叶，麦克斯韦更进一步，将波动光学与电磁理论巧妙融合，至此，经典光学的理论大厦趋近于完备。

步入 20 世纪后，随着人们对黑体辐射及原子光谱等诸多领域研究持续深入，对光的认知又迎来了新一轮变革。1899 年，普朗克为化解黑体辐射定律在高能区与低能区的矛盾，开创性提出光与物质之间发生的能量交换并非连续的这一全新观点，并且首次引入了“量子”（quanta）这一概念。1905 年，爱因斯坦重新主张将光看作是由离散微粒组成，借此成功阐释了与波动理论相悖的光电效应。狄拉克最终在 1927 年给出了光场量子化的正式描述，该理论中光子被视作量子化电磁场的元激发[1]。对光的深刻认识，一方面推进了人们对量子世界的认知；另一方面，也为人们对物质的探测和调控提供了重要手段。

随着实验技术的发展，人们不满足于对量子现象的被动探测，而开始发展对单量子态精确调控的技术。事实上，早在上世纪 80 年代初，费曼就设想利用量子系统叠加特性构建计算机[2]。此后数十年，大量量子协议涌现，揭示了量子系统在计算方面的巨大潜力，如 Shor 算法[3]、Grover 算法[4]、求解线性方程组算法[5] 以及机器学习相关算法[6] 等。在通信领域，量子密钥分发[7,8] 与量子隐形传态[9] 等，为信息安全提供了更可靠保障。

迄今为止，人们已能够在诸多物理体系中编码和操纵量子状态，包括光子[10]，原子[11]，离子阱[12]，超导线路[13]，固态核自旋[14] 等。线性光学系统，由于光子的稳定性抵抗环境引入的退相干能力强等原因，在量子计算系统的诸多物理实现中受到广泛关注。近年来，诸多量子协议和算法的首次实验演示均基于该系统开展，包括量子隐形传态[9]、纠缠交换[15] 以及 Shor 算法[16] 等。另一方面，随着量子光源的性质不断优化，光学系统中能够操纵的量子比特数逐步提升，10 光子[17]、

12 光子[18] 以及 6 光子 18 比特[19] 量子纠缠态相继于实验首次制备。直至 2020 年，中国科大团队基于超高亮度高品质自发参量下转换光源，并结合超低损耗大规模干涉线路，成功基于光学系统，构建了光量子计算原型机“九章”[20]。九章处理高斯玻色取样问题的能力达到量子计算优越性[21] 这一重要里程碑，也使得线性光学系统成为第二个达成“量子计算优越性”的物理体系。

然而，随着所需制备的量子态越来越复杂、所需比特数越来越多，传统光量子计算的实验复杂度快速增长，自由空间光学逐渐体现出一些不足：由于需要分束器、透镜、反射镜等大量块状光学元件，光路会占据大量空间；此外，为了调整偏振或对准光斑，光路中引入了大量可调自由度，加入了大量的机械结构，不仅调节过于繁琐，还降低了整体稳定性。解决稳定性问题的一个方法是将光路中对精度要求较高的元件固化成整体，但这会影响线路的可编程性。因此，人们在自由空间光路上开展更复杂的量子实验受到了限制。

1.2　集成光量子信息调控发展

集成光学能够紧凑、稳定地构建大规模可编程光学线路，为光量子信息未来发展所面临的挑战提供了一条确定的技术路径。早在上世纪初，光量子调控线路规模尚小的时候，人们就在尝试利用集成光学器件达成相同的功能。光量子调控系统的核心是量子光源，人们基于不同集成光学材料中的二阶/三阶非线性效应，成功构建集成量子光源，例如硅[22]、铌酸锂（$LiNbO_3$）[23]、AlN[24]、AlGaAs[25] 等。在这其中，硅由于完全兼容当前用于半导体芯片加工的 CMOS 工艺，其在器件集成化方面具有独特优势。因此唯有硅光芯片上整合了量子光源和无源器件，发展出了具备一定规模的光量子调控系统。

基于硅中自发四波混频效应产生关联光子对可追溯至 2006 年[26,27]，但由于加工技术的不成熟，彼时亮度和信噪比均不理想。2009 年，S. Massar 课题组首次基于连续光泵浦的硅微环腔，通过腔增强极大提升了光源亮度[28]。2015 年，S. Mookherjea 将微环光源的性能再次向上推进，实现了光源信噪比大于 12000，基于此构建的预报单光子源二阶关联小于 0.006，且亮度达到了 1.6×10^8 Hz/GHz/mW^2[22]。

在此基础上，结合硅光无源器件，一系列集成光量子调控实验工作进入人们视线。2018 年，高维双光子纠缠态被成功制备，并借助量子态层析（Quantum state tomography），测得 4、8 和 12 维度纠缠态的保真度达到 96%、87% 和 81%[29]；2021 年，延迟选择实验的多路径拓展在该体系中被成功验证[30]。另一方面，集成光波导实验平台在多光子干涉实验方面，近年来亦有重大突破：2020 年，基于路径编码的四光子 GHZ 态被成功制备，得益于集成光学的可编程性，此光芯片还被重新配

置，实现了芯片间量子隐形传态[31]；通过引入高维编码，该体系成功借助 4 光子制备出包含 8 个量子比特的图态，量子纠错码首次在光芯片上得以实现[32]；2023 年，北京大学团队将超过 2000 个基本元件集成，基于可编程集成光量子芯片首次实现了基于图论的光量子计算和信息处理任务的实验演示[33]；同年，该团队还通过发展片上多维混合复用量子调控技术，构建了多芯片高维量子网络，并基于此提出和发展了一种高维量子纠缠自修复方法，为进一步构建大规模、可实用化量子网络开辟了新路径[34]。

目前世界上集成光量子信息研究主要基于硅波导展开，然而相较于硅，氮化硅波导具有更低的线性损耗（～ 2 dB/m）, 对于片上光量子调控能力的提升具有巨大潜力。此外，氮化硅的 5 eV 能级间隙使其透明区间覆盖从紫外到中红外（硅在可见光波段不透明），因此也具有与诸多冷原子量子调控系统的融合能力。同时，氮化硅的 Raman 非线性[35] 和 Brillouin 非线性[36] 都较弱，对于高信噪比的量子光源构建十分重要。

近年来，随着超低损耗氮化硅加工工艺的不断进步[37–40]，已经有越来越多的集成光量子调控基于超低损耗氮化硅开展。在多光子纠缠和调控方面，日内瓦大学团队于 2019 年对氮化硅微腔中 SFWM 过程产生光子纠缠态的光谱以及纯度等方面性质进行表征，并得到了干涉可见度高于 98% 的时间编码双光子纠缠态[41]。在此基础上，该团队进一步基于此光源于 2021 年实现基于不同微腔间光子的纠缠交换[42]。2023 年，电子科大团队表征了具有更好指标的氮化硅微腔纠缠光源[43]。此外，在压缩态制备[44,45]、频率编码[46,47] 以及连续变量纠缠态的构建[48] 等领域，超低损耗氮化硅波导均发挥出重要作用；初创科技公司 Xanadu[49] 与 PsiQuantum[50] 更是基于超低损耗氮化硅波导构建出复杂的片上光量子网络，并将氮化硅作为其未来发展的主要材料平台。

尽管近年来，人们期待超低损耗氮化硅波导用于芯片光量子信息调控的表现，但迄今尚无明确实验报道。本人所在的深圳国际量子研究院团队基于深紫外光刻的减法工艺，在 810 nm 的厚氮化硅波导上实现了小于 2.6 dB/m 的超低损耗，环腔品质因子超过 10^7 [40]。针对这一广泛关注的问题，基于此高品质微腔，本人从窄线宽量子光源的构建切入，成功构建了线宽达到原子跃迁线量级，亮度打破硅光芯片此前纪录的全新集成量子光源。本论文的内容将围绕这一研究展开。

1.3　本文的主要内容

第 1 章，引言，即本章。

第 2 章，介绍本论文研究涉及的基本概念，包括光波导、微环谐振腔的性质，

以及腔增强自发四波混频效应等，并通过分析给出构建窄线宽、高亮度集成量子光源的必要条件。

第 3 章，介绍环腔基本性质的表征方法与结果，将通过实验测量得到的环腔透射谱计算环腔的色散与线宽等性质，确定设计加工所得环腔适用于高亮度、窄线宽量子光源。

第 4 章，构建精确的亮度统计模型，并介绍亮度测量的装置、方法与结果，随后基于符合计数直方图进行光源的有关性质分析。

第 5 章，介绍光源的二阶关联函数表征，将首先介绍光场二阶关联的经典和量子版本定义，以及常见光场的二阶关联性质；随后介绍预报单光子源的构建并基于预报二阶关联对单光子性进行表征；最后讨论了光谱纯度与二阶关联之间的联系，并基于二阶关联对环腔产生光子对的纯度进行了表征。

第 6 章，介绍基于上述量子光源构建纠缠态的方法，及表征手段——测量其双光子干涉可见度。这其中需要引入 Franson 干涉仪，由于窄线宽光源相干长度长，Franson 干涉仪臂长差达到了 14 m，在此期间还发展了一种全新的 Franson 干涉仪高精度任意相位锁定技术。本章将对该技术进行详细介绍，并在此基础上给出双光子干涉可见度的测量结果。

末章，总结与展望，将对本文内容进行总结，并简要讨论基于超低损耗氮化硅光芯片的集成光量子调控未来发展路径。

其中，第 3 章所介绍的环腔基本性质表征方法发表于 Light: Science & Applications[51]，本人排名第四，主要参与表征方法最重要的构成部件——相对光学频率标尺——的稳定性表征。第 3-6 章高亮度、窄线宽量子光源相关内容，于 2024 年发表于 Physical Review Letters[52]，本人为文章第一作者；该工作还入选了 Optica 旗下 Optics & Photonics News 评选的 2024 年 30 个光学领域亮点工作（Optics in 2024）。第 6 章所介绍的锁相方法于 2024 年发表于 Physical Review Applied[53]，本人为文章第一作者。

第 2 章　基本概念

本论文主要针对如何利用超低损耗氮化硅波导，构建集成高亮度、窄线宽量子光源展开。此光源基于微环谐振腔中的腔增强自发四波混频（cavity-enhanced spontaneous four-wave mixing）过程构建，器件实物如图 2-1 所示。

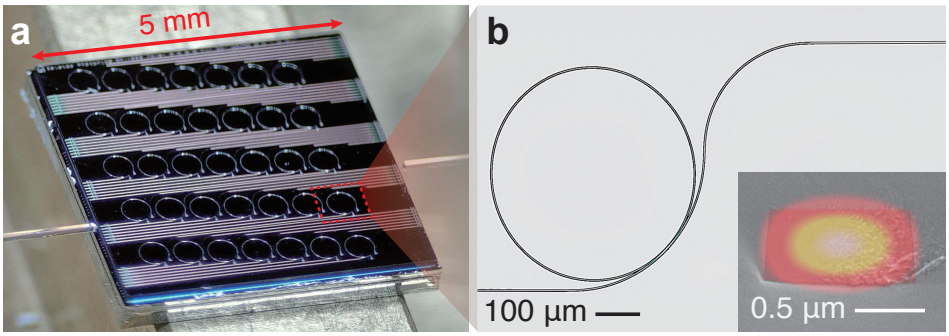


图 2-1　a. 光芯片的照片，片上有数十个微环谐振腔，微腔由 bus 波导耦合到芯片两端，再由透镜光纤耦合至片外。b. 微环谐振腔的光学显微镜照片，子图为波导截面的扫描电镜照片，其上叠加了仿真得到的光场能量分布。

在正式介绍研究工作内容前，有必要对相关的基本概念进行介绍和铺垫。本章分为三个部分：在第一部分中，将对光波导做简要介绍，包括 TE_{00} 和 TM_{00} 两个重要模式，以及光波导的色散性质描述方法；第二部分中，将对微环谐振腔的性质进行系统介绍，包括共振条件、腔的动力学方程、腔的共振线宽以及决定腔内光场能量的因素；第三部分通过对腔动力学方程量子化，引出腔内自发四波混频过程的数学描述，并基于此分析构建高亮度、窄线宽量子光源对环腔性质的要求。

2.1　光波导

光波导的基本功能是将光场束缚，并使其沿特定方向传输。尽管计算变折射率介质中的光场分布和演化极为复杂，但可通过电磁场的变分法定量地得到一些重要规律。一般而言，介质中的电磁场分布总使得以下作用量最小

$$\mathcal{U} = \frac{\int \mathrm{d}^3\boldsymbol{r}\,|\nabla \times \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})|^2}{\int \mathrm{d}^3\boldsymbol{r}\epsilon(\boldsymbol{r})\,|\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})|^2}, \tag{2-1}$$

具体推导过程可参考[54]。从上式可以看出，为了让作用量 $\mathcal{U}$ 减小，需要让电场尽可能分布在折射率大的介质中（分母变大），并让电场分布尽可能平缓（分子变小）。

实际应用中，构建光波导均遵循以上规律。例如，一个典型氮化硅波导的结构

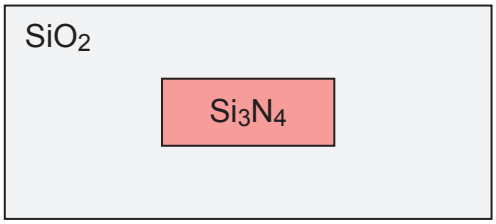


图 2-2　一个典型氮化硅波导的截面，其包层材料为氧化硅。

如图 2-2 所示，其中高折射率的氮化硅（$n \approx 2.0$）形成光路，被低折射率（$n \approx 1.44$）的氧化硅包围，光场便可沿着氮化硅芯层传输。亦可基于氮化硅的特殊结构，通过干涉完成光场的变换。尽管变分法可以简洁地给出构建集成光路的基本原则，但对集成光路性质的更精细刻画需要借助数值仿真。本节将借助数值仿真得到的相关结果，对波导的基本性质给出更系统和定量的介绍。

2.1.1　波导中光场的模式

尽管基于变分原理能够给出波导中光场分布模式的定性描述，但对其精确求解还需使用数值方法。有限元分析是求解此类问题最常用的方法。首先，波导二维截面被划分为诸多小的三角形面元，以致于在每个面元内，电磁场可以用节点上的取值通过插值获得。在此基础上，基于电磁场的变分原理，为每个面元建立方程。随后，面元方程联立，并考虑边界条件，最终可以组装得到描述系统的方程组。通过对方程组求解，即可解出每个面元节点上电磁场的具体取值。基于有限元分析对波导中光场分布的求解可通过 COMSOL Multiphysics 等商用软件实现。用户只需绘制几何，定义各部分介质折射率，以及模型边界条件即可。有关有限元分析的详细介绍可参考[55]，不再赘述。接下来将直接借助数值仿真结果。

图 2-3 展示了通过数值方法计算得出的两种基本模式 TE_{00}（横电模）与 TM_{00}（横磁模），面上箭头表明了电场的方向。对于 TE_{00} 模式，光场最大限度地被束缚

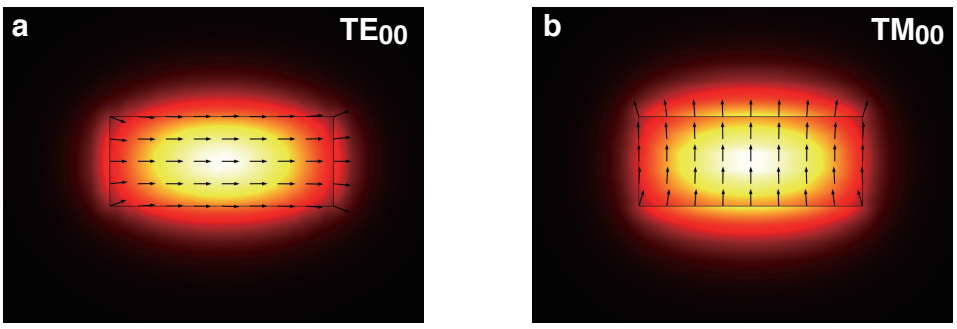


图 2-3　宽度 2000 nm，厚度 800 nm 的氮化硅波导，在垂直于传输方向截面上的电场模分布。a 为 TE_{00} 模式，b 为 TM_{00} 模式，归一化箭头表明了电场方向。

在芯层，因此具有较高的有效折射率；对于 TM_{00} 以及其他更高阶的模式，其模斑在芯层中的占比减小，因此有效折射率变低。通过边缘耦合进入波导的模式往往为两种基模，且由于两种模式之间相互正交，一般不会发生能量交换。

从图中分布可以发现，对于 800 nm 厚的氮化硅波导，能量主要集中于芯层。一方面，很弱的功率便能提供很大的光场能量密度，有利于非线性过程；另一方面强束缚可实现小转弯半径（$\sim 100\ \mu$m）。在直波导中，各种模式之间相互正交，一般不会发生能量串扰；在实际的线路布局中，不可避免会存在弯曲线路，此时我们可以选用曲率连续的欧拉曲线[56–59] 以完成模场的绝热过渡。

2.1.2　波导的色散与色散工程

介质的折射率与入射光场的频率相关，此时我们称介质存在色散。集成光芯片中，光场在波导中传输，光场分布于波导的包层与芯层。因此，其相速度对应的折射率通常由包层和芯层折射率共同确定，称为有效折射率，记为 $n_{\mathrm{eff}}(\omega)$。因此，波导中光场传输其波矢为 $\beta(\omega) = n_{\mathrm{eff}}(\omega)\cdot\omega/c$，其中 c 为真空中光速。显然，当折射率与频率无关时，波矢与频率成正比。一般情况下，波矢与频率都呈现更复杂的关系。此时，我们可以将波矢展开为

$$\beta(\omega) = \beta_0 + \beta_1(\omega-\omega_0) + \frac{\beta_2}{2!}(\omega-\omega_0)^2 + +\frac{\beta_3}{3!}(\omega-\omega_0)^3 + \cdots, \tag{2-2}$$

其中，ω_0 为人为选取的中心频率，$\beta_0 = \beta(\omega_0)$, $\beta_n = \mathrm{d}^n\beta/\mathrm{d}\omega^n|_{\omega_0}$。

展开系数 β_n 具有明确的意义。为了说明，我们假设介质中不存在任何非线性效应，此时光场可写为

$$E(z,t) = \int \mathrm{d}\omega E(\omega)\exp\left[i\beta(\omega)z - i\omega t\right]. \tag{2-3}$$

将式 (2-2) 带入，并将中心频率所对应高频振荡项从积分号内提出，有

$$E(z,t) = e^{i\beta_0 z - i\omega_0 t}\int \mathrm{d}\omega E(\omega)e^{i\Delta\beta z}e^{i\beta_1(\omega-\omega_0)z - i(\omega-\omega_0)t}, \tag{2-4}$$

其中 $\Delta\beta$ 为展开式 (2-2) 中的高阶项。容易发现，无论 t 取何值，总存在 $z = t/\beta_1$ 使 (2-2) 最右指数项恒等于 1 且与 ω 无关。因此，在 $\Delta\beta \equiv 0$ 时，由多频率分量所构成的波包形状不变，其传输速度（群速度）满足 $v_g = \mathrm{d}z/\mathrm{d}t = 1/\beta_1$。我们进一步定义群折射率 $n_g = c/v_g$，因此 $n_g = c\beta_1$。当 $\Delta\beta \neq 0$ 时，由于不同频率分量间的叠加相位被改变，因此波包形状将在传输过程中逐渐变化。通常，在 $\Delta\beta$ 中，最低阶项 β_2 最为显著，我们称之为群速度色散（group velocity dispersion, GVD）。我们称 $\beta_2 > 0$ 为正常色散，反之为反常色散。

模场的有效折射率是芯层和包层中的能量分布加权平均后的结果，而模场在芯层和包层中的分布又与波长相关，因此波导几何结构也会引入色散，称为几何

色散。材料色散和几何色散共同决定了波导最终的色散性质。可以通过改变几何结构一定程度主动对波导色散进行控制，称为色散工程。对于氮化硅而言，其色散反常与否和厚度密切相关，670 nm 为典型的零色散厚度，厚度大于此为反常色散，反之则为正常色散[40,60,61]。

2.2　微环谐振腔

基于集成光波导可以构建片上微环谐振腔。如图 2-4a 所示，微环谐振腔由两部分构成：波导首尾相接构成的环腔结构、靠近环腔的总线波导（bus waveguide）；二者之间并不直接相连，而是依赖于二者靠近区域（耦合区）处的倏逝场交换能量。

环腔是最重要的集成光学器件之一，凭借其高 Q 值、紧凑尺寸和灵活的可调谐性展现了广泛的应用潜力。作为线性器件，环腔可以被设计成高性能滤波器[62]，实现超低串扰的波分复用系统，提升光通信网络的传输效率。作为非线性器件，环腔为 Kerr 孤子的产生与操控提供了理想平台，可以用于实现高稳定性的光频梳生成[63–65]，以及构建低相噪微波源[66]，推动精密测量光谱学和微波光子学的发展。此外，环腔在频率转换中的应用亦备受关注，例如，人们通过四波混频效应实现可见光至近红外波段的高效波长转换[67]，为量子光源和光量子网络的集成化奠定了基础。

本节主要介绍微环谐振腔的线性性质，主要包括谐振条件和描述腔模建立的动力学方程。

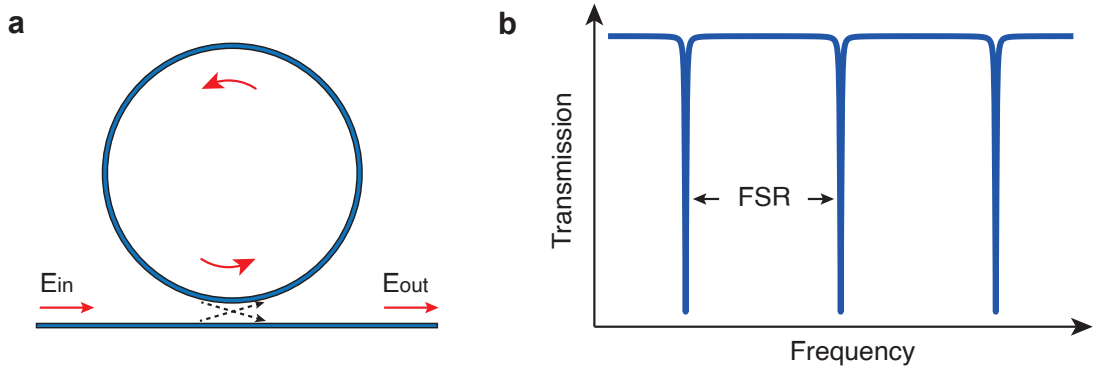


图 2-4　a. 微环谐振腔示意图。b. 忽略色散的情况下，微环谐振腔的透射谱由一系列等间隔共振线构成，相邻共振线的频率间隔为环腔的 FSR。

2.2.1　微环谐振腔的谐振条件和色散

环腔对于不同频率的光场具有不同的响应，绕行一圈为整数个周期的光场会与腔共振。环腔的谐振条件可以表述为

$$Ln_{\text{eff}} = m\lambda, m = 1, 2, 3... \tag{2-5}$$

其中 L 为环腔的周长，对于圆环构型的环腔 $L = 2\pi R$，n_{eff} 为波导的有效折射率，λ 为输入光的波长。代入 $\lambda = c/f$ 可得

$$n_{\text{eff}} f = m\frac{c}{L}, \tag{2-6}$$

其中 c 为真空中光速。为了计算相邻共振频率的间隔，我们对等式两端取微分，并令 $\Delta m = 1$，得

$$c/L = \Delta(n_{\text{eff}} f) = n_{\text{eff}}\Delta f + f\,\Delta n_{\text{eff}} = \Delta f(n_{\text{eff}} + f\frac{\Delta n_{\text{eff}}}{\Delta f}). \tag{2-7}$$

注意到 $n_{\text{eff}} + f\frac{\Delta n_{\text{eff}}}{\Delta f}$ 即为波导的群折射率 n_{g}, 故

$$\Delta f = c/(Ln_{\text{g}}), \tag{2-8}$$

Δf 称为环腔的自由光谱范围（FSR）。

以总线波导的两端作为输入输出端口可以测得环腔的透射谱，如图 2-4b 所示。与腔谐振的频率处，光场能量会被束缚在腔中，透过率降低（后文会给出更详细的解释），因此可以以此作为输入光场频率是否是腔共振频率的判据。从 FSR 的表达式可以看出，其仅与腔长 L 和群折射率 n_g 有关，因此在忽略色散的情况下，微腔的一系列共振频率严格等间隔分布。

在较大的频率范围内，则必须考虑色散的影响，此时共振频率不再严格等间隔分布，因此需引入高阶项

$$\omega(N) = \omega_0 + D_1(N - N_0) + \frac{D_2}{2!}(N - N_0)^2 + \cdots, \tag{2-9}$$

显然，在不存在色散的情况下，全部高阶项系数为 0，环腔的 FSR 为 $D_1/2\pi$。系数 D_m $(m = 1, 2, 3, \cdots)$ 与式 (2-2) 中的系数 β_m $(m = 1, 2, 3, \cdots)$ 存在一一对应关系，我们接下来给出这两种形式的关联。

由式 (2-2) 与 (2-9) 可知，$D_m = \mathrm{d}^m\omega/\mathrm{d}N^m$ 以及 $\beta_m = \mathrm{d}^m\beta/\mathrm{d}\omega^m$。又由于 $L\beta = 2\pi N$，因此有 $\mathrm{d}N/\mathrm{d}\beta = L/2\pi$。因此，我们有

$$D_m = \frac{\mathrm{d}^m\omega}{\mathrm{d}N^m} = \left(\frac{\mathrm{d}\beta}{\mathrm{d}N}\right)^m \frac{\mathrm{d}^m\omega}{\mathrm{d}\beta^m} = \left(\frac{2\pi}{L}\right)^m \frac{\mathrm{d}^m\omega}{\mathrm{d}\beta^m}. \tag{2-10}$$

又由反函数的求导规则，可知

$$\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}\beta}=\frac{1}{\beta_1},\ \frac{\mathrm{d}^2\omega}{\mathrm{d}\beta^2}=-\frac{\beta_2}{\beta_1^3},\ \frac{\mathrm{d}^3\omega}{\mathrm{d}\beta^3}=-\frac{3\beta_2^2-\beta_1\beta_3}{\beta_1^5}, \tag{2-11}$$

因此可计算得到前三阶系数 D 为

$$D_1=\frac{2\pi}{\beta_1 L}=2\pi\frac{c}{n_g L}, \tag{2-12a}$$

$$D_2=-\frac{D_1^2\beta_2}{\beta_1}, \tag{2-12b}$$

$$D_3=-\frac{D_1^3\beta_3}{\beta_1}+\frac{3D_1^3\beta_2^2}{\beta_1^2}. \tag{2-12c}$$

基于上述过程给出的 D_1 为 2π 倍 FSR，与从其定义得到的结论一致，显然 $D_1>0$ 且 $\beta_1>0$。因此 D_2 的符号与 β_2 完全对应，对于反常色散 $\beta_2<0$ 显然有 $D_2>0$。更高阶的色散 D 系数形式复杂，由于与本文内容无关，故不进一步展开。通过调控环腔半径和构成环腔的波导宽度，可以设计出符合需求的 FSR 以及色散关系。

2.2.2　腔模的动力学方程

环腔中稳态的建立依赖于较为复杂的动力学过程。一方面，输入光场作为驱动力不断由输入端口经耦合区进入环腔，并会以特定传输系数在腔中不断环绕，先进入腔的光场与后进入的光场相干相涨或相消；另一方面，腔内光场会受到波导损耗带来的衰减，并且耦合区作为输入端口也是输出端口，时刻在散失能量。

基于腔的输入输出关系，可以构建出相关的动力学方程。设腔中模场的形式为 $a(t)=a_0e^{-i\omega t}$，其中 a_0 为光场振幅，ω 为振动频率。在不考虑损耗的情况下，其行为符合谐振子方程：

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}=-i\omega a \tag{2-13}$$

在考虑能量损失时，腔内能量 I 随时间指数衰减 $I=I_0e^{-\kappa t}$，其中 $I\propto|a|^2$，κ 为衰减系数，故需要在方程中加入阻尼项。此时腔内模场的演化方程可以写作

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}=-i\omega a-\frac{\kappa}{2}a \tag{2-14}$$

式 (2-14) 的正确性可由对 I 微分进行检验：

$$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}\propto\frac{\mathrm{d}|a|^2}{\mathrm{d}t}=a^*\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}+a\frac{\mathrm{d}a^*}{\mathrm{d}t}=-\kappa|a|^2 \tag{2-15}$$

进一步地，需要考虑耦合区对腔模的影响。从能量泄漏的角度考虑，可以将环腔波导损耗带来的内禀阻尼系数定义为 κ_0，输入端口所带来的阻尼系数定义为 κ_{ex}，因此此时系统总的能量泄漏率便为 $\kappa=\kappa_0+\kappa_{\mathrm{ex}}$。从驱动的角度考虑，耦合区亦将

驱动力引入腔模，我们将此系数记为 f_{in}。因此，当引入驱动场后，腔模的振幅演化方程便进一步改写成

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t} = -i\omega a - \frac{\kappa_0 + \kappa_{\mathrm{ex}}}{2}a + f_{\mathrm{in}}a_{\mathrm{in}} \tag{2-16}$$

由于输入和输出共享端口，故 f_{in} 与 κ_{ex} 应当存在关联。这种关联可以借助无波导损耗时（$\kappa_0 = 0$）的稳态情况给出。

如图 2-5 所示，环腔耦合区可以被视为分束器。分束器的变换规则如下，

$$\begin{pmatrix} a_{\mathrm{out1}} \\ a_{\mathrm{out2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{11} & U_{12} \\ U_{21} & U_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{\mathrm{in1}} \\ a_{\mathrm{in2}} \end{pmatrix} \tag{2-17}$$

其中 a_{in1} 和 a_{in2} 为输入模式振幅；a_{out1} 和 a_{out2} 为输入模式振幅；矩阵 U 为变换矩阵。该物理过程能量守恒，故变换矩阵满足幺正性条件：

$$UU^{\dagger} = U^{\dagger}U = \boldsymbol{I}. \tag{2-18}$$

对于图 2-5 中的情况，可以写成：

$$\begin{pmatrix} a \\ a_{\mathrm{out}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r & t \\ -t & r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ a_{\mathrm{in}} \end{pmatrix} \tag{2-19}$$

其中 $t = f_{\mathrm{in}}$，$r = \sqrt{1 - f_{\mathrm{in}}^2}$。基于此可得：

$$\sqrt{1 - f_{\mathrm{in}}^2} \cdot a + f_{\mathrm{in}}a_{\mathrm{in}} = a \tag{2-20}$$

另一方面，式 (2-16) 中 a 的幅值在稳态时应保持不变，故对 a 微分的实部应为零，即：

$$f_{\mathrm{in}}a_{\mathrm{in}} = \frac{\kappa_{\mathrm{ex}}}{2}a \tag{2-21}$$

联立式 (2-21) 与式 (2-20) 可得 $f_{\mathrm{in}} = \sqrt{\kappa_{\mathrm{ex}}}$（$f_{\mathrm{in}}$ 很小，其高阶项可以忽略）。综上所

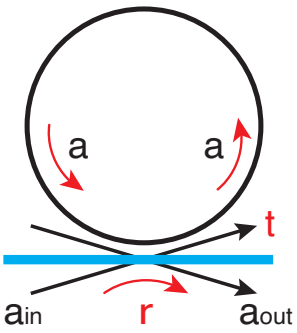


图 2-5　环腔的耦合区可以等效成分束器，其透反关系满足幺正变换。稳态时，腔内模场恒定为 a。

述，腔振幅的动力学方程为

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t} = -i\omega a - \frac{\kappa_0 + \kappa_{\mathrm{ex}}}{2}a + \sqrt{\kappa_{\mathrm{ex}}}a_{\mathrm{in}}. \tag{2-22}$$

该方程即腔的动力学方程，其形式与郎之万方程（Langevin Equation）一致。由式 (2-19) 亦可知，腔的输出模场为

$$a_{\mathrm{out}} = a_{\mathrm{in}} - \sqrt{\kappa_{\mathrm{ex}}}a. \tag{2-23}$$

Langevin 方程高度简洁抽象，却很好地描述了腔的物理学过程。对于存在色散、光学非线性效应[68] 乃至热效应[69] 的环腔，其动力学过程依旧可以使用 Langevin 方程求解描述，仅需对其添加相应的项即可。更进一步，Langevin 方程可直接量子化，用于描述腔内量子光场的演化过程，其合理性可参考[70]，在 2.3 节将直接使用 Langevin 方程的量子化形式。

2.2.3　共振线的线宽

借助 Langevin 方程，可以对共振线的线型及宽度进行计算。在转动参考系中考虑式 (2-22)，即选取参考频率 ω_{ref}，引入代换 $a(t) \to a(t)e^{-i\omega_{\mathrm{ref}}t}$，式 (2-22) 可以化为

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t} = -i(\omega - \omega_{\mathrm{ref}})a - \frac{\kappa_0 + \kappa_{\mathrm{ex}}}{2}a + \sqrt{\kappa_{\mathrm{ex}}}a_{\mathrm{in}}e^{i\omega_{\mathrm{ref}}t}. \tag{2-24}$$

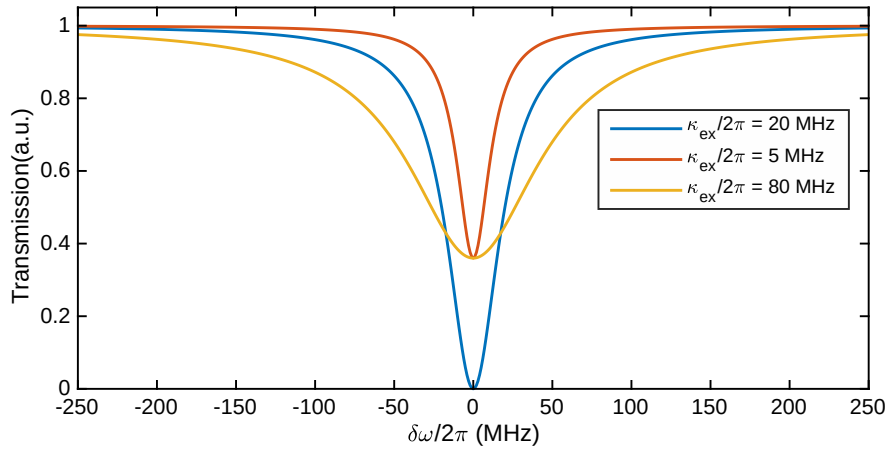


图 2-6　不同 κ_{ex} 对共振线宽度、深度的影响，其中 $\kappa_0/2\pi = 20$ MHz。蓝线：$\kappa_0 = \kappa_{\mathrm{ex}}$，临界耦合；红线：$\kappa_0 > \kappa_{\mathrm{ex}}$，欠耦合；黄线：$\kappa_0 < \kappa_{\mathrm{ex}}$，过耦合。共振线的宽度由总损耗 $\kappa = \kappa_0 + \kappa_{\mathrm{ex}}$ 决定，共振线的深度由 κ_0 与 κ_{ex} 的接近程度决定，$\kappa_0/\kappa_{\mathrm{ex}} = 4$ 和 $\kappa_0/\kappa_{\mathrm{ex}} = 1/4$ 时，环腔谐振时透过率相同。临界耦合时可以达到完全消光。

将 ω_{ref} 取为输入光场的振动频率，$\omega-\omega_{\mathrm{ref}}$ 即为输入光场与谐振频率的失谐量 $\delta\omega$，输入场 $a_{\mathrm{in}}=|a_{\mathrm{in}}|e^{-i\omega_{\mathrm{ref}}t}$ 中的随时间快速震荡项也随之消失，方程变为

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}=-i\delta\omega\, a-\frac{\kappa_0+\kappa_{\mathrm{ex}}}{2}a+\sqrt{\kappa_{\mathrm{ex}}}|a_{\mathrm{in}}|, \tag{2-25}$$

由于环腔很小，光场绕一圈所需要的时间极短，因此达到稳态的时间尺度往往仅有纳秒量级，故我们往往只关心环腔的稳态，即输入和输出能量达到平衡的状态。在稳态时，$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}=0$，上式化为：

$$a=\frac{\sqrt{\kappa_{\mathrm{ex}}}|a_{\mathrm{in}}|}{i\delta\omega+(\kappa_0+\kappa_{\mathrm{ex}})/2}, \tag{2-26}$$

代入 $a_{\mathrm{out}}=a_{\mathrm{in}}-\sqrt{\kappa_{\mathrm{ex}}}a$（式 (2-23)）即可得到归一化的**透射率**为

$$\begin{aligned}T&=\left|\frac{a_{\mathrm{out}}}{a_{\mathrm{in}}}\right|^2=\left|1-\frac{\kappa_{\mathrm{ex}}}{i\delta\omega+(\kappa_0+\kappa_{\mathrm{ex}})/2}\right|^2\\&=\frac{\delta\omega^2+(\kappa_0-\kappa_{\mathrm{ex}})^2/4}{\delta\omega^2+(\kappa_0+\kappa_{\mathrm{ex}})^2/4}.\end{aligned} \tag{2-27}$$

由式 (2-27) 可以绘制出固定 κ_0，改变 κ_{ex} 的透射谱变化对比（图 2-6 中实线）。可以看出，共振线的宽度由总损耗 $\kappa=\kappa_0+\kappa_{\mathrm{ex}}$ 决定，共振线的深度由 κ_0 与 κ_{ex} 的接近程度（二者大值与小值之比）决定。在 $\kappa_0=\kappa_{\mathrm{ex}}$ 时，环腔谐振时透射率为 0，此时称为**临界耦合**[71]。而当 $\kappa_0>\kappa_{\mathrm{ex}}$ （**欠耦合**）和 $\kappa_0<\kappa_{\mathrm{ex}}$ （**过耦合**）时，环腔谐振时透过率均非 0。对于图 2-6，$\kappa_0/\kappa_{\mathrm{ex}}=4$（红线）和 $\kappa_0/\kappa_{\mathrm{ex}}=1/4$（黄线）时，环腔谐振时透过率相同。

我们还可以给共振线展宽一个更加直观的解释。对于波导损耗趋于零的理想环腔，只有绕行一圈后严格为整数个周期的光场才能在腔中稳定存在，否则会因为累积相位而与自身干涉相消，不能在腔中稳定存在，其物理图像如图 2-7a 所示。故理想环腔的共振线的宽度趋于零。对于实际环腔，由于波导具有损耗，并不严

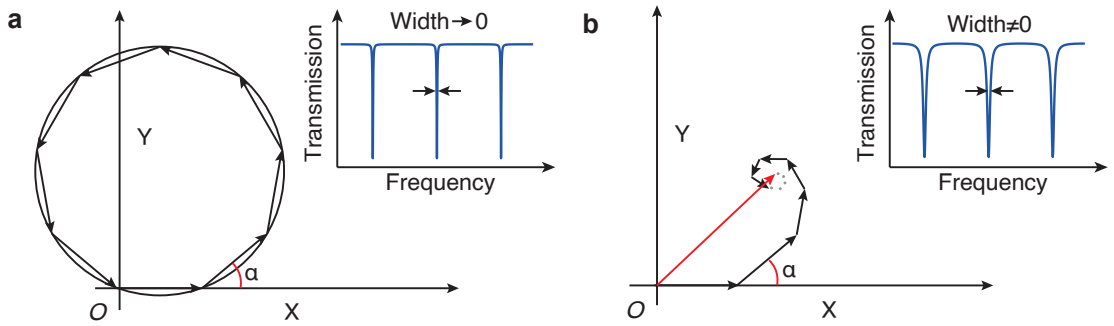


图 2-7　非谐振模场干涉叠加示意图。a. 波导损耗趋于零，非谐振光场在绕圈后幅值不减，相位累积 α，绕多圈之后会与自身干涉相消，因此仅严格谐振的光场能稳定存在，故共振线的宽度趋于零。b. 考虑损耗的情况下，模场幅值指数衰减，因此非严格谐振的光场不会完全干涉相消，故共振线具有一定宽度。

格谐振的光场亦可在腔中存在。如图 2-7b 所示，尽管绕腔不同圈数的光场具有相位差，但模场的幅值本身呈指数衰减，因此其叠加并不会完全干涉相消。因此，实际环腔的共振线表现为一定程度的展宽，波导损耗越大，环腔共振线越宽。

由式 (2-27) 可知，共振线的线宽为 $\kappa/2\pi$；我们将 $\kappa_0/2\pi$ 称为本征线宽，描述由波导损耗带来的共振线展宽。由于损耗和线宽是环腔最重要的参数，我们定义环腔的**品质因子**为 $Q=\omega/\kappa$，本征品质因子为 $Q_0=\omega/\kappa_0$。

对于波导而言，我们常常用参数 α_0 描述其损耗，单位为 dB/m。设环腔周长为 L，环绕一周所得光强剩余 $10^{-\alpha_0 L/10}$，因此在此过程中损失光子比例为

$$\gamma^2=1-10^{-\alpha L/10}\approx\frac{\ln 10}{10}\alpha L. \tag{2-28}$$

考虑到 $\kappa_0=\mathrm{FSR}\cdot\gamma^2$，因此有

$$\frac{\ln 10}{10}\alpha_0 L=\frac{\kappa_0}{\mathrm{FSR}}=\frac{\kappa_0 n_\mathrm{g} L}{c}=\frac{2\pi f_0/Q_0 n_\mathrm{g} L}{c}=2\pi\frac{n_\mathrm{g}}{\lambda_0 Q_0}L. \tag{2-29}$$

故 α_0 与 Q_0 的对应关系为：

$$\alpha_0=27.27\frac{n_g}{\lambda Q_0}. \tag{2-30}$$

例如某环腔在通讯波段 1550 nm 的本征损耗为 $\kappa_0/2\pi=14$ MHz，则其本征品质因子为 $Q_0=1.4\times10^7$，对应的波导损耗为 2.6 dB/m。

在对实际环腔的共振线进行拟合时，我们发现式 (2-27) 并不总能很好地与测得的透射曲线相吻合，并且有的共振线中包含两个独立的峰。这是由于构成环腔的波导结构并不完全光滑、均一，正向传输（clockwise）的光场 a_cw 会有一定比例通过散射作用进入逆向传输（counter-cloclwise）模式 a_ccw；这种耦合打破了模式简并性，从而引起共振线的劈裂[72,73]。将两种模式之间的能量交换强度设为耦合

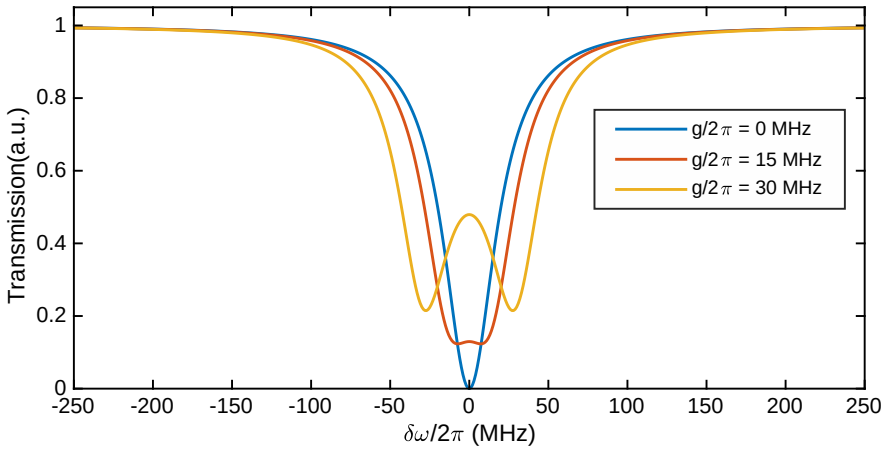


图 2-8　不同的耦合强度 g 对共振线的影响，其中固定 $\kappa_0/2\pi=\kappa_\mathrm{ex}/2\pi=20$ MHz。

系数 g，则

$$\frac{\mathrm{d}a_{\mathrm{cw}}}{\mathrm{d}t} = -i\delta\omega\, a_{\mathrm{cw}} - \frac{\kappa_0+\kappa_{\mathrm{ex}}}{2}a_{\mathrm{cw}} + ig\, a_{\mathrm{ccw}} + \sqrt{\kappa_{\mathrm{ex}}}|a_{\mathrm{in}}|, \tag{2-31}$$

$$\frac{\mathrm{d}a_{\mathrm{cw}}}{\mathrm{d}t} = -i\delta\omega\, a_{\mathrm{ccw}} - \frac{\kappa_0+\kappa_{\mathrm{ex}}}{2}a_{\mathrm{ccw}} + ig\, a_{\mathrm{cw}}, \tag{2-32}$$

稳态时，方程组转化为

$$\begin{pmatrix} i\delta\omega+\kappa/2 & -ig \\ -ig & i\delta\omega+\kappa/2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a_{\mathrm{cw}} \\ a_{\mathrm{ccw}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{k_{\mathrm{ex}}}|a_{\mathrm{in}}| \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{2-33}$$

因此

$$a_{\mathrm{cw}} = \frac{\sqrt{k_{\mathrm{ex}}}|a_{\mathrm{in}}|(i\delta\omega+\kappa/2)}{(i\delta\omega+\kappa/2)^2+g^2} \tag{2-34}$$

故

$$T = \left|\frac{a_{\mathrm{in}}-\sqrt{\kappa_{\mathrm{ex}}}a_{\mathrm{cw}}}{a_{\mathrm{in}}}\right|^2 = \left|1-\frac{(i\delta\omega+\kappa/2)\kappa_{\mathrm{ex}}}{(i\delta\omega+\kappa/2)^2+g^2}\right|^2 \tag{2-35}$$

由式 (2-35) 可以绘制出不同耦合系数 g 下的腔共振线。可以看出，在固定 κ_0 与 κ_{ex} 时，随着 g 逐渐增大，共振线逐渐变浅、变宽，直至劈裂成两个峰。

2.2.4　腔内能量

稳态时的腔内光场能量与腔内光场振幅 a 的模平方 $|a|^2$ 成正比，该光场在腔内绕行一圈所需时间为 $t_R = L/v_g$，因此腔内光功率 P 正比于 $|a|^2/t_R$。此外注意到环腔的 FSR 为 v_g/L，因此腔内光功率与环腔的 FSR 成正比，即在其余条件相同时，小环拥有更大的腔内光功率。由式 (2-26)，有

$$|a|^2 = \frac{\kappa_{\mathrm{ex}}|a_{\mathrm{in}}|^2}{\delta\omega^2+(\kappa_0+\kappa_{\mathrm{ex}})^2/4},$$

因此腔内光功率满足

$$P \propto \frac{1}{L}\frac{\kappa_{\mathrm{ex}}|a_{\mathrm{in}}|^2}{\delta\omega^2+(\kappa_0+\kappa_{\mathrm{ex}})^2/4}. \tag{2-36}$$

易知，当 κ_0 固定时，**临界耦合**的环腔具有最大的进腔功率；在孤子产生、腔增强 SFWM 等场合，为了兼顾出腔效率等因素，往往将环腔设计为过耦合；欠耦合的环腔由于腔内能量很小，不具有实际的应用价值，仅用于波导损耗的表征。

2.3　腔增强自发四波混频

光子对的产生依赖于材料本身的非线性效应，环腔对于此具有增强作用。一方面，由式 (2-36) 可知，腔的存在可以大幅度提升泵浦光场的能量密度，增强非线性转化效率，即使很低的泵浦功率也可以产生很高的光子对产率（光子对产率的相关定义详见 4.1 节）。通常来说，1 mW 量级的进腔功率就可以产生超过 10^7 对光子，而块状晶体往往需要 1 W 量级超短脉冲。另一方面，环腔具有窄线宽的共振线，非谐振的光子对即使产生也无法在腔内稳定存在，因此有效压窄了产生光子的线宽。这一部分将对腔内自发四波混频给出严格定量计算，并结合相关结果，对构建高品质量子光源所需环腔的性质给出分析。

2.3.1　非线性相互作用的哈密顿量

我们从该过程的哈密顿量出发。光场与介质之间存在相互作用，在此过程中，体系能量的改变体现为极化功，因此哈密顿量可以写为

$$\boldsymbol{H} = \frac{1}{2}\int \mathrm{d}V\ \boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{E}, \tag{2-37}$$

其中 $\boldsymbol{E}$ 为入射电场，$\boldsymbol{P}$ 为入射电场引起的介质极化强度。这里我们仅考虑到三阶非线性效应，极化强度与光场之间存在如下关系[74]

$$\boldsymbol{P} = \chi^{(3)}_{ijkl} E_j E_k E_l, \tag{2-38}$$

上式中省略了求和号，而采用 Einstein 求和规则。将式 (2-38) 带入 (2-37)，有

$$\boldsymbol{H} = \frac{1}{2}\int \mathrm{d}V\ \chi^{(3)}_{ijkl} E_i E_j E_k E_l. \tag{2-39}$$

进一步，我们为式 (2-39) 引入量子化。由于对于光波导而言，其中自发四波混频光场偏振相同，因此可以转而使用标量电场强度。对于腔内电场 $\boldsymbol{E}$，它可以表示为四个频率分量的和 $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_a + \boldsymbol{E}_b + \boldsymbol{E}_c + \boldsymbol{E}_d$，下角标用于标记与频率对应的光场模式。由于光场仅延波导传输，因此可进一步简化其空间依赖参量，选取闭合波导曲线坐标系下归一化至 2π 的方位角参数 ϕ。因此对于每个频率分量均有

$$E_n(\phi, t) = E_n \cdot (a_n e^{im_n\phi - i\omega_n t} + a^\dagger e^{-im_n\phi + i\omega_n t}),\ \ n = a, b, c, d, \tag{2-40}$$

上式中，a_n 和 $a_n^\dagger$ 是和模式 n 相对应的湮灭算符和产生算符，满足对易关系 $[a_n, a_l^\dagger] = \delta_{nl}$。将式 (2-40) 带入 (2-39) 有

$$H = \frac{\chi}{2\pi}\int_0^{2\pi} \mathrm{d}\phi \left(\sum_{n=a,b,c,d} (a_n e^{im_n\phi - i\omega_n t} + a_n^\dagger e^{-im_n\phi + i\omega_n t})\right)^4. \tag{2-41}$$

其中，χ 为与方位角 ϕ 和时间 t 均无关的常数，其具体形式为

$$\chi = \pi\chi^{(3)} \prod_{n=a,b,c,d} \left(\int \mathrm{d}A \cdot E_n \right),$$

其中 $\mathrm{d}A$ 为与波导方向垂直的截面。

式 (2-41) 中积分号内共包含 8^4 项，包括一切可能发生的非线性效应。此处我们仅关注自发四波混频，因此展开的乘积中必须包括光场模式 a, b, c, d 各一项。此外，为使积分结果不为 0，积分项应该不含 ϕ，这就要求四个相互作用光场的模式数必须满足 $m_a + m_b = m_c + m_d$ 即模式数守恒。需要注意，由于光子的全同性，这里已经额外除去组合数 ξ（对于具体不同泵浦光输入条件，组合数有所差异，可参考[74]）。综上，哈密顿量最终写成

$$H = \gamma a_a a_b a_c^\dagger a_d^\dagger e^{-i(\omega_a+\omega_b-\omega_c-\omega_d)t} + \text{h.c.} \tag{2-42}$$

其中 $\gamma = 144\chi/2\pi$。此外，将哈密顿量带入时间演化 $U = \exp(-i\int H\mathrm{d}t/\hbar)$ 可知，只有 H 不含关于时间的振荡项，演化在足够长时间后才能积累，因此还需要有 $\omega_a + \omega_b = \omega_c + \omega_d$，这是非线性过程需要额外满足的能量守恒条件。

式 (2-42) 是腔内非线性过程所遵循哈密顿量的普遍形式。在实际实验中，存在激光（为相干态）作为泵浦光。在泵浦光给定后，系统演化的初态便给定了，这里存在两种可能

$$|\alpha_a, \alpha_b, 0_c, 0_d\rangle, \text{ and } |\alpha_a, 0_b, \alpha_c, 0_d\rangle, \tag{2-43}$$

其中 α_n 为相干态输入场的振幅，0_n 代表真空态输入。由于相干态 $|\alpha_n\rangle$ 为湮灭算符 a_n 的本征态，本征值为 α_n，因此对于以上两种初态，对泵浦模式求偏迹，哈密顿量可以分别写为

$$H_{\text{SFWM}} = \gamma\alpha_a\alpha_b a_c^\dagger a_d^\dagger + \text{h.c.} \tag{2-44a}$$

$$H_{\text{BS}} = \gamma\alpha_a\alpha_c^* a_b a_d^\dagger + \text{h.c.} \tag{2-44b}$$

式 (2-44a) 是腔内自发四波混频的哈密顿量，从中可以看出，该过程会自发在两个模式中成对产生光子。而 (2-44b) 对应三阶非线性所引入的光子布拉格散射（Bragg Scattering）过程。我们仅关注自发四波混频过程。

2.3.2　腔内自发四波混频的动力学演化

随后，我们基于哈密顿量 (2-44a)，将其带入 Langevin 方程，对动力学过程求解。但在列出方程前，需要额外考虑一些问题。通过实验可提取本征损耗 $\kappa_0/2\pi$ 和外部耦合率 $\kappa_{\text{ex}}/2\pi$。然而，共振线宽 $\kappa/2\pi = (\kappa_0 + \kappa_{\text{ex}})/2\pi$ 并不完全等于生成光子的线宽。例如，在腔增强自发参量下转换（SPDC）过程中，生成光子的线宽[75] 为

$0.64\cdot\kappa/2\pi$。通常，同一光学微腔的不同共振模式会呈现不同的 $\kappa/2\pi$ 值，因此在构建模型时，必须假设涉及光子对产生相关模式具有不同的腔模属性。

实验中，往往采用单频率泵浦，因此原本两个相干态输入模式合二为一。泵浦光（p）进入环腔产生一对光子，称为信号光（s）和闲频光（i），因此系统在转动参考系下的哈密顿量为

$$H_{\mathrm{sys}}=i\hbar\gamma\left[\epsilon^2 a_{\mathrm{i}}^{\dagger}a_{\mathrm{s}}^{\dagger}-\epsilon^{*2}a_{\mathrm{i}}a_{\mathrm{s}}\right], \tag{2-45}$$

上式为了后续推导方便，从 γ 中提出一个 $i\hbar$，ϵ 为泵浦光场的振幅。上述哈密顿量带入 Langevin 方程后可得

$$\frac{\mathrm{d}a_{\mathrm{i/s}}}{\mathrm{d}t}=-\frac{i}{\hbar}[a_{\mathrm{i/s}},H_{\mathrm{sys}}]-\frac{\kappa_{\mathrm{i/s}}}{2}a_{\mathrm{i/s}}+\sqrt{\kappa_{\mathrm{i/s,ex}}}a_{\mathrm{i/s,in}}+\sqrt{\kappa_{\mathrm{i/s,0}}}a_{\mathrm{i/s,loss}}. \tag{2-46}$$

需要注意，以上方程为量子化后的形式，因此环腔的损耗通道尽管没有激光输入，但仍需要考虑真空态的影响，因此需要将损耗通道也作为输入通道写入方程。随后我们进一步有

$$\frac{\mathrm{d}a_{\mathrm{i}}}{\mathrm{d}t}=\gamma\epsilon^2 a_{\mathrm{s}}^{\dagger}-\frac{\kappa_{\mathrm{i}}}{2}a_{\mathrm{i}}+\sqrt{\kappa_{\mathrm{i,ex}}}a_{\mathrm{i,in}}+\sqrt{\kappa_{\mathrm{i,0}}}a_{\mathrm{i,loss}}, \tag{2-47a}$$

$$\frac{\mathrm{d}a_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t}=\gamma\epsilon^2 a_{\mathrm{i}}^{\dagger}-\frac{\kappa_{\mathrm{s}}}{2}a_{\mathrm{s}}+\sqrt{\kappa_{\mathrm{s,ex}}}a_{\mathrm{s,in}}+\sqrt{\kappa_{\mathrm{s,0}}}a_{\mathrm{s,loss}}. \tag{2-47b}$$

式 (2-47) 随后变换至频域，并令算符对时间的导数为 0 以求解系统稳态，可得湮灭算符与系统输入的关系为

$$a_{\mathrm{i}}(\omega)=\frac{\sqrt{\kappa_{\mathrm{i,ex}}}(\kappa_{\mathrm{s}}/2-i\omega)a_{\mathrm{i,in}}+\sqrt{\kappa_{\mathrm{i,0}}}(\kappa_{\mathrm{s}}/2-i\omega)a_{\mathrm{i,loss}}+\gamma\epsilon^2\sqrt{\kappa_{\mathrm{s,ex}}}a_{\mathrm{s,in}}^{\dagger}+\gamma\epsilon^2\sqrt{\kappa_{\mathrm{s,0}}}a_{\mathrm{s,loss}}^{\dagger}}{(\kappa_{\mathrm{i}}/2-i\omega)(\kappa_{\mathrm{s}}/2-i\omega)-\gamma^2|\epsilon|^4}, \tag{2-48a}$$

$$a_{\mathrm{s}}(\omega)=\frac{\sqrt{\kappa_{\mathrm{s,ex}}}(\kappa_{\mathrm{i}}/2-i\omega)a_{\mathrm{s,in}}+\sqrt{\kappa_{\mathrm{s,0}}}(\kappa_{\mathrm{i}}/2-i\omega)a_{\mathrm{s,loss}}+\gamma\epsilon^2\sqrt{\kappa_{\mathrm{i,ex}}}a_{\mathrm{i,in}}^{\dagger}+\gamma\epsilon^2\sqrt{\kappa_{\mathrm{i,0}}}a_{\mathrm{i,loss}}^{\dagger}}{(\kappa_{\mathrm{i}}/2-i\omega)(\kappa_{\mathrm{s}}/2-i\omega)-\gamma^2|\epsilon|^4}. \tag{2-48b}$$

对于自发四波混频过程，泵浦功率远小于参量振荡的阈值功率, 因此式 (2-48) 分母中的 $\gamma^2|\epsilon|^4$ 可以略去。并考虑到 s 和 i 模式的输入均为真空，因此对任意模式均有 $\langle 0|aa^{\dagger}|0\rangle=1$ 且 $\langle 0|a^{\dagger}a|0\rangle=1$，带入式 (2-48) 最终就得到了

$$S_{\mathrm{i}}^{\mathrm{out}}(\omega)=\langle a_{\mathrm{i,out}}^{\dagger}a_{\mathrm{i,out}}\rangle(\omega)=\frac{16\kappa_{\mathrm{i,ex}}\kappa_{\mathrm{s}}\gamma^2|\epsilon|^4}{(\kappa_{\mathrm{i}}^2+4\omega^2)(\kappa_{\mathrm{s}}^2+4\omega^2)}, \tag{2-49a}$$

$$S_{\mathrm{s}}^{\mathrm{out}}(\omega)=\langle a_{\mathrm{s,out}}^{\dagger}a_{\mathrm{s,out}}\rangle(\omega)=\frac{16\kappa_{\mathrm{s,ex}}\kappa_{\mathrm{i}}\gamma^2|\epsilon|^4}{(\kappa_{\mathrm{i}}^2+4\omega^2)(\kappa_{\mathrm{s}}^2+4\omega^2)}. \tag{2-49b}$$

式 (2-49) 所给出的即产生的 s 光子和 i 光子的光谱强度分布。可以发现，s 光子和 i 光子具有一样的光谱线型，这是能量守恒条件的直接结果。基于式 (2-49) 容易计

算光子光谱的半高宽 $\delta\nu$ 为

$$\delta\nu = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\sqrt{(\kappa_\mathrm{i}^2+\kappa_\mathrm{s}^2)^2+4\kappa_\mathrm{i}^2\kappa_\mathrm{s}^2}-(\kappa_\mathrm{i}^2+\kappa_\mathrm{s}^2)}. \tag{2-50}$$

基于以上过程，还可以对腔内自发四波混频过程的光子对产率进行计算。对式 (2-49) 在频率积分可直接得到输出端口的光子计数率为

$$N_\mathrm{i}^\mathrm{out} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}\omega S_\mathrm{i}^\mathrm{out}(\omega) = \frac{4\kappa_{\mathrm{i,ex}}\gamma^2|\epsilon|^4}{\kappa_\mathrm{i}(\kappa_\mathrm{i}+\kappa_\mathrm{s})}, \tag{2-51a}$$

$$N_\mathrm{s}^\mathrm{out} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}\omega S_\mathrm{s}^\mathrm{out}(\omega) = \frac{4\kappa_{\mathrm{s,ex}}\gamma^2|\epsilon|^4}{\kappa_\mathrm{s}(\kappa_\mathrm{i}+\kappa_\mathrm{s})}, \tag{2-51b}$$

其中，由式 (2-36) 可知在共振频率处，腔内光场模平方

$$|\epsilon|^2 \propto \frac{1}{L}\frac{\kappa_\mathrm{ex}}{\kappa^2}P_\mathrm{pump},$$

以及品质因子 $Q=\omega/\kappa$，输出端口的计数率可以进一步写成

$$N_\mathrm{i}^\mathrm{out} = \frac{Q_\mathrm{i}}{Q_{\mathrm{i,ex}}}\cdot\frac{4\gamma^2|\epsilon|^4Q_\mathrm{i}Q_\mathrm{s}}{\omega(Q_\mathrm{i}+Q_\mathrm{s})} \propto \frac{Q_\mathrm{i}}{Q_{\mathrm{i,ex}}}\cdot\frac{\gamma^2Q_\mathrm{p}^4Q_\mathrm{i}Q_\mathrm{s}}{\omega^3L^2Q_{\mathrm{p,ex}}^2(Q_\mathrm{i}+Q_\mathrm{s})}P_\mathrm{pump}^2, \tag{2-52a}$$

$$N_\mathrm{s}^\mathrm{out} = \frac{Q_\mathrm{s}}{Q_{\mathrm{s,ex}}}\cdot\frac{4\gamma^2|\epsilon|^4Q_\mathrm{i}Q_\mathrm{s}}{\omega(Q_\mathrm{i}+Q_\mathrm{s})} \propto \frac{Q_\mathrm{s}}{Q_{\mathrm{s,ex}}}\cdot\frac{\gamma^2Q_\mathrm{p}^4Q_\mathrm{i}Q_\mathrm{s}}{\omega^3L^2Q_{\mathrm{p,ex}}^2(Q_\mathrm{i}+Q_\mathrm{s})}P_\mathrm{pump}^2. \tag{2-52b}$$

注意到光子的出腔效率 $\eta=Q/Q_\mathrm{ex}$，因此可以进一步写出腔内光子对产率为（与 s 和 i 模式无关）

$$N_\mathrm{cc}^\mathrm{intracavity} \propto \frac{\gamma^2Q_\mathrm{p}^4Q_\mathrm{i}Q_\mathrm{s}}{\omega^3L^2Q_{\mathrm{p,ex}}^2(Q_\mathrm{i}+Q_\mathrm{s})}P_\mathrm{pump}^2. \tag{2-53}$$

式 (2-53) 与光子在腔内成对产生的事实自洽。在所有模式线宽均相同时，式 (2-50) 可以简化为

$$\delta\nu = \kappa\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{2\sqrt{2}-2} \approx 0.64\kappa, \tag{2-54}$$

与文献[75] 中的结论一致；式 (2-53) 可以进一步化简为

$$N_\mathrm{cc}^\mathrm{intracavity} \propto \frac{\gamma^2Q^3}{\omega^3L^2}P_\mathrm{pump}^2. \tag{2-55}$$

而这就是被所熟知和经常使用的腔内自发四波混频产率定量关系[76–78]。

2.3.3　关于腔内自发四波混频与环腔基本性质的讨论

由以上推导可知，腔 SFWM 过程产生的光子线宽 $\delta\nu\propto 1/Q$；光子对产率正比于 Q^3；单位线宽下的产率（亮度）正比于 Q^4。因此，要想实现更高的亮度和更窄

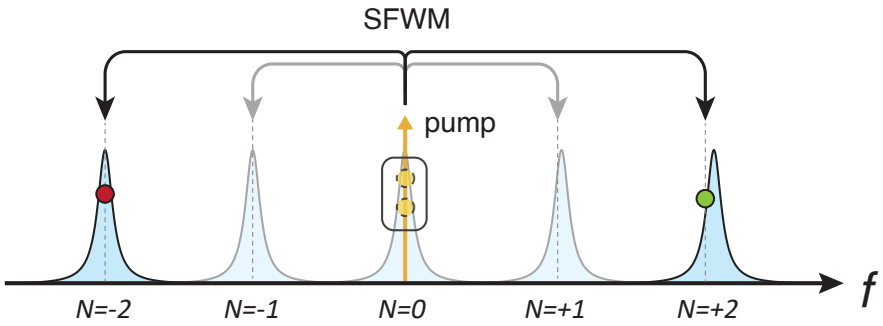


图 2-9　环腔色散影响 SFWM 产率示意图。对于反常色散的环腔，$D_2 > 0$，因此当 $|N|$ 逐渐增大时，左侧的 FSR 逐步减小，右侧的 FSR 时逐步增大，使得共振线位置不再对称。

的线宽，必须设法提升环腔的品质因子 Q。由 $Q = \omega/(\kappa_0 + \kappa_{ex})$ 可知，提升 Q 值需要降低波导的本征损耗 κ_0 以及耦合区带来的损耗 κ_{ex}。然而光子的出腔效率为 κ_{ex}/κ，因此只有 κ_0 很小的时候，才能在保证效率的同时，实现较高的 Q 值。故只有不断完善加工工艺、降低波导的本征损耗，才能实现更高亮度和更窄的光子线宽。

光子对的产率还受到共振线位置的制约。由于 SFWM 过程必须满足能量守恒条件，而环腔因为存在色散，其共振线的位置并不严格等间隔（图 2-9）。由式 (2-9) 可知，在忽略高阶色散的情况下，共振线的频率可以写作

$$f(N) = f_0 + \frac{D_1}{2\pi}N + \frac{1}{2!}\frac{D_2}{2\pi}N^2, \tag{2-56}$$

其中 $N = 0$ 对应泵浦光所在的频率。

以反常色散环腔为例，由于 $D_2 > 0$，因此当 $|N|$ 逐渐增大时，左侧的 FSR 逐步减小，右侧的 FSR 时逐步增大，使得共振线位置不再对称。在这种情况下，当 s 光位于 $N = -2$ 共振线底部时，i 光与 $N = +2$ 共振线存在失谐，这会导致光子对产率的下降。当 $|D_2| \ll \kappa$ 时，二阶色散带来的共振线偏移相较于共振线的线宽可以忽略不计，光子对产率受影响较小。因此，对于用于量子光源的环腔，可以通过色散工程实现**较小的二阶色散**，并且在 $|N|$ 较小的通道处收集 SFWM 光子对。

此外，共振线的位置也受到自相位调制（self phase modulation，SPM）和互相位调制（cross phase modulation，XPM）两种效应的影响。SPM 和 XPM 均源于介质中的 Kerr 效应，即折射率随光强变化。当介质中存在某一频率的光场时，SPM 会使得其所在的频率折射率变大，而 XPM 会使得其以外的频率折射率变大，且增量为 SPM 的两倍[74]。因此，如图 2-10a 所示，在单通道泵浦的情况下，SPM 会使得自身所在的共振线左移一个单位，而 XPM 会使得两侧的共振线左移两个单位，从而使得左侧的共振线远离中心而右侧的共振线接近中心。这种效应可以一定程度上抵消反常色散带来的影响。因此在进行单泵浦 SFWM 实验时，常常将环腔设

计成**轻微反常色散**。

在某些情况下，需要进行如图 2-10b 所示的双通道泵浦，此时共振线的移动有所不同。P1 与 P2 对应的共振线受到自身 SPM 影响以及对方 XPM 影响，共左移 3 个单位；而中间通道受到两束泵浦光的 XPM 影响，左移 4 个单位；总体体现为左侧的共振线接近中心而右侧的共振线远离中心。这种效应可以与正常色散相抵消，因此在进行双泵浦实验时常常将环腔设计为正常色散（$D_2 < 0$）。双泵浦方案仅在少数有特殊需求的情况下使用，一般不用于高亮度量子光源的构建。

结合以上讨论，要构建高亮度、窄线宽的量子光源，需要高品质因子、轻微反常色散的氮化硅微环谐振腔。高品质因子意味着低波导损耗，而反常色散要求超过 700 nm 的芯层厚度。本人所在的研究团队，基于 DUV 光刻的减法工艺，在 **810 nm** 的厚氮化硅波导上实现了小于 **2.6 dB/m** 的超低损耗[40]，该工艺的流程图详见附录 A.1 节。正是基于此加工技术，得以构建迄今综合性能最优的集成量子光源；本论文将在第 3-6 章详细介绍构建方法和性质表征结果。

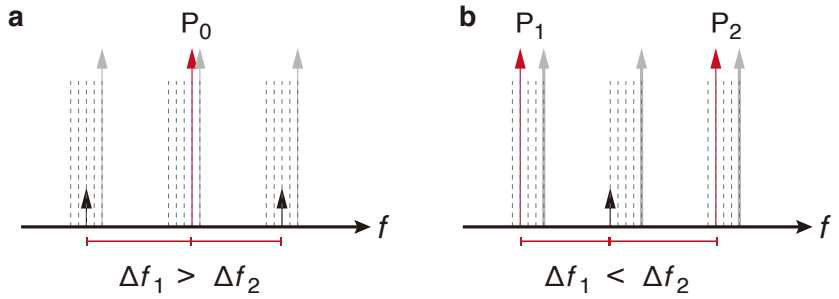


图 2-10　自相位调制和互相位调制对自发四波混频过程的影响。a. 单通道泵浦。b. 双通道泵浦。

第 3 章　微环谐振腔的基本性质表征

本章介绍微环谐振腔的基本性质表征方法和表征结果。从第二章的介绍中可知，微环谐振腔在大光谱范围内的透射谱包含了大量有关其基本光学特性的信息，我们可以从中知晓波导的损耗及色散。但对于高品质因子环腔而言，将透射谱测准极具挑战性。主要原因在于两个方面：其一，高品质因子微腔的线宽在 10 MHz 量级，准确的透射谱测量需要表征装置频率分辨率优于 1 MHz；其二，色散性质往往需要对 100 nm 量级光谱范围内的共振频率进行拟合，这就要求表征方法同时具有 $>$ 10 THz 的光分析带宽。

为了满足对高品质因子微腔基本性质的高精度表征需求，我们提出了一种全新的扫频激光器校准方法，并基于此搭建了用于集成光器件基本性质高精度表征的实验平台。本人主要参与了此工作中光学频率标准的稳定性测试。此外，由于构建高亮度、窄线宽量子光源的微环谐振腔也依赖此方法对其基本性质进行初步表征，因此，本章将较为详细地介绍表征平台。第一部分中，将介绍芯片耦合台的搭建，包括芯片温控和芯片-光纤端面耦合装置的搭建，这是基本性质表征和后续量子光源构建的基础；第二部分介绍透射谱表征平台的构成，表征原理，频率的校准方法以及装置表征精度的分析；第三部分将介绍用于高亮度、窄线宽量子光源构建的微腔基本要求，以及对加工出器件基本性质的表征结果。

3.1　芯片耦合台的搭建

由于芯片本身体积较小，需要搭建合适的承载台以放置芯片，并在两侧以光纤进行耦合，以此实现片上器件与片外光路的连接。图 3-1 展示了一套标准的芯片耦合装置。芯片被放置在黄铜材质的承载台上，两侧由三维位移台控制的光纤进行耦合对准；芯片上端固定有显微镜，用以观察芯片的端面耦合情况及待测器件。整套系统中，芯片的温度控制问题、光纤波导的耦合对准问题都至关重要。

温度控制：光学介质的折射率受温度的影响可表示为 $n = n_0 + \frac{\partial n}{\partial T}(T - T_0)$，其中 $\frac{\partial n}{\partial T}$ 为该温度下的热光系数，n_0 为 T_0 时的折射率。氮化硅材料在常温附近的热光系数约为 2.45×10^{-5}/K，即温度每上升 1 K，其折射率会增加 2.45×10^{-5}，这等效于腔长变长 $\sim 1.2 \times 10^{-5}$ 倍，共振波长相应增加；容易推算出 1550 nm 附近的共振线会整体平移约 2.3 GHz。实验上往往需要将共振线的漂移抑制在小于共振线线宽的量级，故需要搭建良好的温度控制系统，将温漂抑制在 $<$ 10 mK 量级。

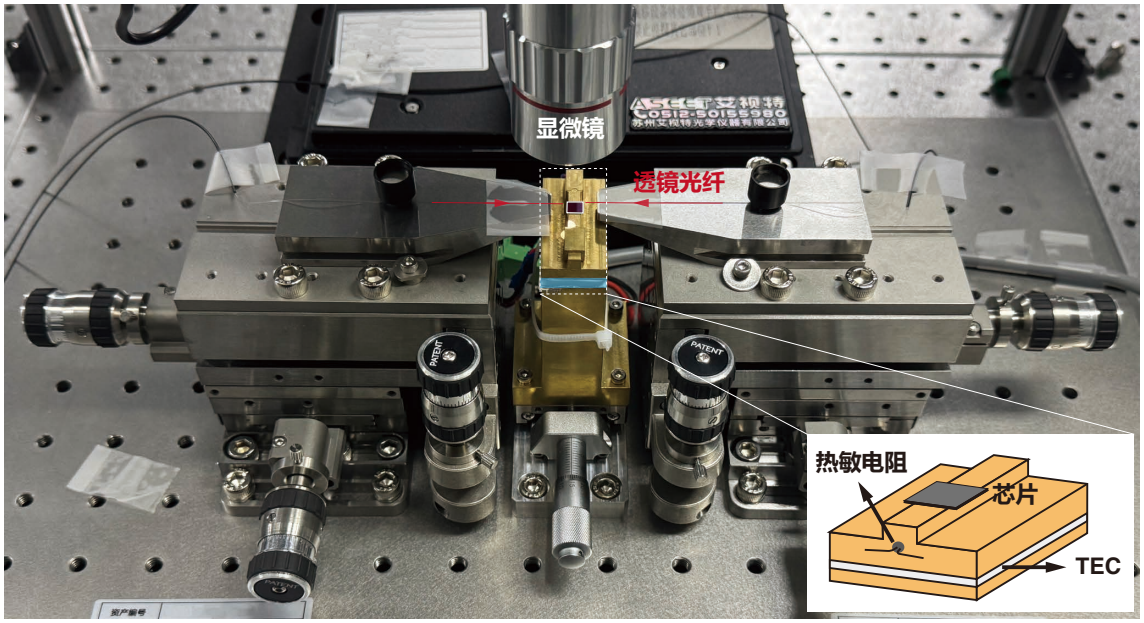


图 3-1　芯片温控和耦合装置。

在图 3-1 所示的装置中，承载台由黄铜 CNC 加工得到，具有优秀的导热性能，可以保证温度反馈的即时性。承载台中插入了一片热电制冷片（Thermoelectric Cooler, TEC）。TEC 由两片热电偶构成，在接入电流时会形成不同的冷热端，故而可以进行温度调节。承载台靠近芯片高度开有小孔，其中插入热敏电阻至芯片下方进行温度监控。PID 温控模块读取热敏电阻阻值，进而形成反馈信号对 TEC 进行控制，从而实现对芯片的精确控温。目前，针对温度反馈已有较为成熟的 PID 控制模块，我们在实验中采用 Thorlabs 品牌的 TED200C 型号进行控温。更精细的温度调节可通过优化芯片承载台的结构实现。若需对同一块芯片上不同器件进行独立温度调节，可以于片上加工加热器线路。

端面耦合：要实现片上器件与外部光纤光路的连接，需要在芯片端面处完成波导到光纤的耦合。波导与光纤的模斑往往有很大区别，模场的失配会大大降低耦合效率，因此需要对波导与光纤进行特殊设计以提升二者的模式重合度，从而提升理论耦合效率。此外，波导和光纤中的光场直径都很小，二者的模场对齐也高度依赖于在三维空间中的位置关系，故实现光纤到波导的三维精密对准亦非常重要。以下分别详细介绍。

（a）波导与光纤的模式匹配：对于诸如集成光量子调控等应用，由于当前暂无成熟的片上高效率探测器，光波导中的光子需耦合进入光纤链路，因此该效率十分重要。光芯片对光纤耦合的理论效率依赖二者中光场模式的重叠积分，详细的优化策略见[79]。

通讯 1550 nm 波段的单模光纤芯层与包层均为氧化硅，依赖二者微小的折射

率差实现对光场的弱束缚，模场直径约为 10 μm；氮化硅波导芯层与包层的折射率差较大，能实现对光场的强束缚，模场直径较小，一般仅有 1-2 μm 宽。且由于波导通常为矩形结构，与光纤的圆形模斑形状相差甚远。因此，为了使二者模式匹配，需要同时对波导和光纤进行适配。

在设计波导时，可以在临近芯片端面时，加入锥形波导（tapper）。锥形波导的宽度随着接近端面，以很缓慢的速率逐渐变细，模斑在其中绝热传输，并逐渐变大。如图 3-2 所示，TE_{00} 模式的光场沿锥形波导传输的过程中，模斑形状逐渐由椭圆形变为圆形，从而与光纤模场相匹配。

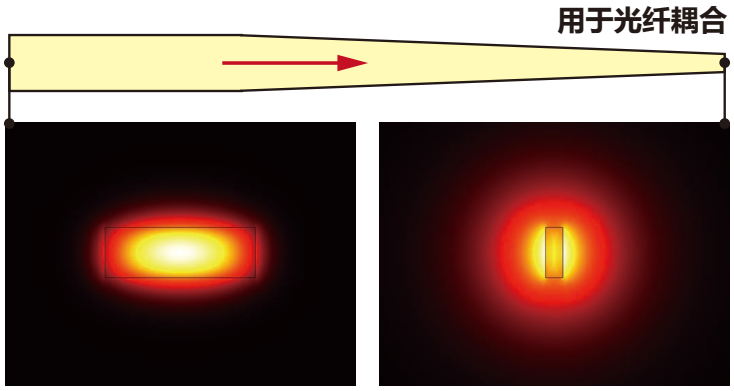


图 3-2　锥形波导两端的 TE_{00} 模式截面光场分布。左侧和右侧厚度均为 800 nm，宽度分别为 2400 nm 和 280 nm，通过锥形波导，光场分布会从左侧绝热地转化为右侧，用于与光纤模场匹配。

对于光纤的常见处理有两种方法。其一是改造端面，例如用拉锥、研磨或烧蚀的方法[80]，形成具有透镜功能的锥形断面，起到缩小光纤模场的作用，最终实现光纤与波导模斑的匹配。其二是选用高数值孔径光纤（High N.A. Fiber），这类光纤具有更高的芯层折射率，可提供小模斑（半径 ~ 2 μm），故可以使用此类光纤完成与芯片端面的耦合；然而，这类光纤的模场与单模光纤模场不匹配，直接连接依然会带来很大插损。故实际使用时，是将高数值孔径光纤与普通单模光纤熔接使用。通过合适的熔接参数，达到超过 95% 的模场转换效率[81]。

（b）波导与光纤的精密对准：光纤模斑的束腰半径在 ~2 μm 量级，故在 yz 平面内 0.5 μm 的微小偏移即可使得耦合效率下降一半以上。因此，耦合所使用的位移台需实现亚微米级别的三维精密对准，对位移台的精度、可调节性和稳定性提出了极高要求。

图 3-1 展示了我们所采用的光纤-光芯片耦合装置。透镜光纤被固定在金属固定嘴（Thorlabs HFV002）上，固定嘴顶端刻有 V 槽，起到稳定光纤的作用，金属嘴被严格固定在位移台顶部。透镜光纤由一对三维精密对准位移台（Newport M-562F-XYZ 及 M-562F-XYZ-LH）驱动，每个位移台包括三个灵敏度为 20 nm 的微

分头（Newport DS-4F）用于手动三维调节，回程差小、对准精度高，并具有锁定功能，可以保证耦合的长期稳定性。整套位移台与芯片承载台均固定于一块独立的面包板上，以避免光学平台热胀冷缩不均匀引起的位移。为了避免环境带来的气流影响耦合效率，以及减小温度漂移，整个耦合台被放置于亚克力罩子中，仅有进出两根光纤连接至外部。

事实上，对于不同的表征需求，针对耦合台稳定性的优化程度也有所差别。对于透射谱的表征往往借助扫频激光器进行秒量级的测量即可，而对于亮度等对进腔功率有要求、且需要累积一定时间计数的实验，对耦合效率的稳定性要求会进一步提高。综上所述，光纤-光波导耦合的高效与稳定是保证表征结果准确性的前提。

3.2　环腔表征平台

环腔的透射谱体现的是腔对不同频率输入的响应。第 2 章中，我们讨论了透射谱对于环腔损耗、耦合、色散等性质的体现。通过对共振线宽度的拟合可以计算出波导损耗，通过对共振线深度的拟合趋势分析可以判断出环腔的耦合特性，通过对共振线位置（即共振频率）的拟合可以得到环腔的色散。本节将介绍用于芯片基本性质表征的方法和相关测试平台的构成。

3.2.1　表征的方法与装置

透射谱的表征需要可调谐激光器作为扫频输入，探测器和示波器用于测量并采集透射光强数据。然而，探测器测得的是不同时刻的透射光强，而我们所关心的透射谱是不同频率处的透射率。实际扫频激光器并不能实现完美的啁啾（频率随时间线性变化），因此需要借助参考的“频率标尺”，构建频率-时间映射关系，对任意时刻的激光器频率进行精确校准。

图 3-3 展示了频率标尺的工作原理与装置。将扫频激光器同时扫过待测样品与频率标尺，由于扫频过程在时间上同步，通过计算扫频激光器扫过标尺“刻度”的数量并将该数量乘以频率标尺的自由光谱范围 f_{fsr}，即可计算出激光器扫过了多少频率；“刻度”之间的频率可以通过插值进行外推。通过采集频率标尺的透射谱，即可构建出扫频激光器的时间-频率关系，并将待测样品透射谱的时间轴转换成频率轴。

然而，频率标尺的构建并不容易。商业化的光学频率梳[82–84] 作为一种经过验证的光谱学技术，具有一系列精确等间隔的谱线，这些谱线也可以用于频率标尺的构建[85,86]，但这种方法在无源器件的表征方面存在一些局限性。首先，光频梳

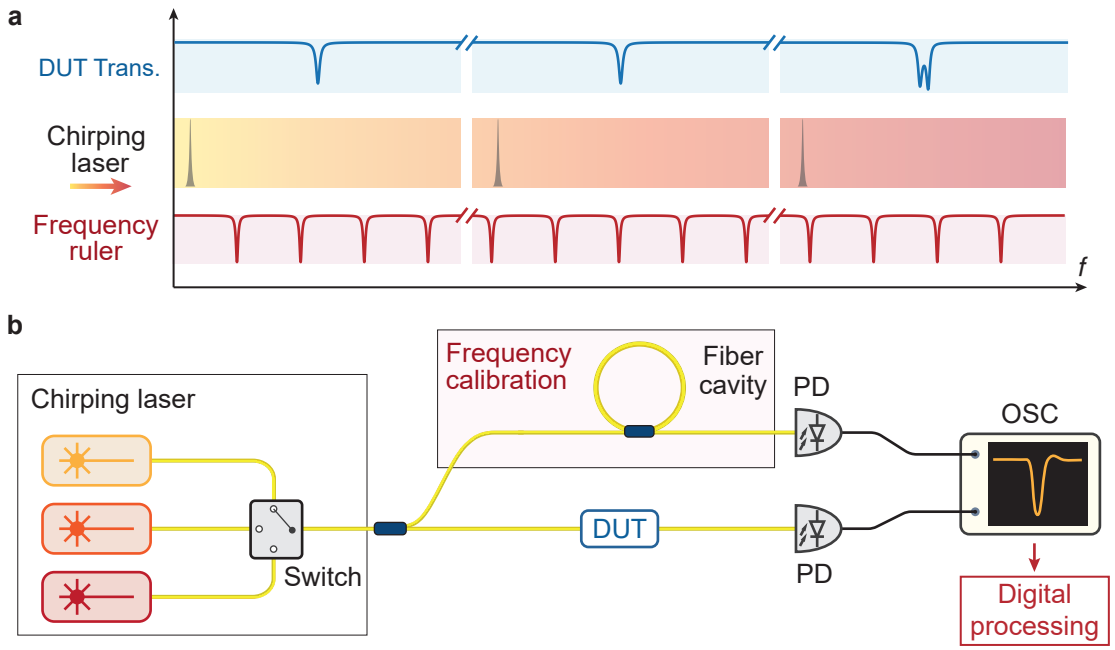


图 3-3　扫频过程频率校准的原理及装置图。a. 频率标尺的工作原理。b. 实验装置。扫频激光器经由 BS 分束之后同时输入待测样品与频率标尺（在我们的例子中，它是 f_{fsr} =55.58 MHz 的光纤环腔）。光电探测器信号用示波器记录并离线进行数字处理。PD (photodetector)，光电探测器；OSC (oscilloscope)，示波器；DUT(device under test)，待测器件。

体积庞大、价格昂贵。其次，作为光谱仪的商用光纤激光梳，其射频频率梳线间距通常高于 100 MHz，故受到频率分辨率的限制。此外，同时注入超过 10^5 个梳状线会使光电探测器饱和，从而导致信噪比 (SNR) 和动态范围严重恶化。

为此，我们开发了一种低成本、高精度的频率标尺。将 99:1 的光纤分束器首尾相接，可以构成一光纤环腔；由于构成腔的光纤长度 $L \sim 1\mathrm{m}$，其自由光谱范围 $f_{\mathrm{fsr}} = \frac{c}{n_{\mathrm{g}} L} \sim 10\mathrm{MHz}$。若可以标定光纤环腔的 FSR，其共振线即可作为天然的频率梳齿，用于图 3-3 b 所示的光路中。然而，光纤环腔作为频率梳齿，其本身 FSR 标定的准确程度将直接影响扫频激光器频率标定的准确性，特别是在远离扫频起始频率处，FSR 标定的误差将被放大数十倍。

3.2.2　光纤环腔的 FSR 标定

为此，我们提出了一种全新的标定光纤环腔 FSR 的方法，精度优于 1 kHz。图 3-4a 是用于标定光纤环腔 FSR 的实验装置和原理。激光器的输出由射频信号发生器进行相位调制以创建边带；载波与边带被一同输入光纤环腔，偏振控制器保证进腔偏振不变。经过光纤环腔的信号由 125 MHz 带宽的光电探测器探测（Newport 1811）并被示波器记录，然后经过数字信号处理并反馈到射频信号发生器。

由光纤长度，可以初步估算出光纤环腔的 FSR 约为 $\Delta f_0 = 55.58$ MHz。相位

调制器的射频驱动频率设置为 $f_{\mathrm{mod}} = N \cdot \Delta f_0$，其中 N 为正整数（本实验中设置为 $N = 3$）。如图 3-4b 所示，在 $\Delta f_0 \neq f_{\mathrm{fsr}}$ 时，载波和边带在频域上会与对应的三根共振线错位。由于光纤环腔在共振线附近对频率的响应十分敏感，这三个输入频率会经历不同的腔响应，因此出腔后各自携带了不同的强度和相位调制。这种调制会使得这三个频率分量在出腔后不再维持进腔前的啁啾状态，而是会产生拍。只有当 Δf_0 恰好与 f_{fsr} 相等时，载波与边带感受到的腔响应才相同，因此不会受到腔影响而改变啁啾状态。

实验上，我们将扫频激光器扫过光纤环腔的一根共振线，由探测器测量并由示波器记录其在时域上的干涉图样。然后，由非共振位置处的光强对信号进行归一化处理，得到图 3-4c 所示的共振线透射谱。在 $f_{\mathrm{mod}} \neq N \cdot f_{\mathrm{fsr}}$ 时，透射谱具有频率为 f_{mod} 的调制（红线）；随着 $\left|f_{\mathrm{mod}} - N \cdot f_{\mathrm{fsr}}\right| \to 0$，该调制逐渐减弱；$f_{\mathrm{mod}} = N \cdot f_{\mathrm{fsr}}$ 时，调制消失，透射谱表现为标准的洛伦兹线型（蓝线）。其中左侧为仿真结果，右侧为实验测量结果，二者高度吻合。

为了逐步优化 f_{mod} 使其接近 f_{fsr}，需要对上述拍频信号的强度进行定量分析。使用快速傅里叶变换（fast Fourier transformation, FFT）可以从图 3-4c 的信号中计算出该调制的强度信息。如图 3-4d 所示，无论是仿真还是实验，$f_{\mathrm{mod}} \neq N \cdot f_{\mathrm{fsr}}$ 的情况都具有相当大的调制信号，而 $f_{\mathrm{mod}} = N \cdot f_{\mathrm{fsr}}$ 时则没有。故可以在 $N \cdot f_0$ 附近调整 f_{mod} 直至该峰值不断减小，经过迭代后测算出 f_{fsr} 的准确值。

上述过程可以在数学上更严格地描述。激光器的输出可以写成 $A(t) = Ae^{-i2\pi ft}$，其中 A 为振幅，f 为频率。电光调制器（EOM）可以在射频信号的驱动下，对输入激光施加一个频率为 ν，幅值为 ϵ 的周期性相位调制，即 $A(t) = Ae^{-i(2\pi ft + \epsilon \sin 2\pi\nu t)}$。其中 ν 的大小由微波信号源的调制频率 f_{mod} 决定。使用 Jacobi-Anger 级数展开，可得

$$A(t) = A \sum_m J_m(\epsilon) e^{-i(2\pi f + m2\pi\nu)t} \tag{3-1}$$

其中 J_m 为第一类 Bessel 函数的第 m 阶。故在相位调制下，输入光产生了一系列频率分量 $\{f + m\nu \mid m = 0, \pm1, \pm2, \cdots\}$；其中 $m = 0$ 为载波，$m = \pm1$ 为一阶边带。对于实际的测试情况，我们还具有如下条件：（1）光纤环腔的 FSR 远大于腔的共振线线宽；（2）调制频率 $\nu \approx f_{\mathrm{fsr}}$；（3）载波频率 f 在光纤环腔的某根共振线 f_0 附近，$|f - f_0|$ 为线宽量级。基于以上条件，经过光纤环腔的光场可以写作：

$$\begin{aligned} A(t) &= A \sum_m J_m(\epsilon) \mathcal{T}(f + m\nu - f_m) e^{-i(2\pi ft + m2\pi\nu)t} \\ &= A \sum_m J_m(\epsilon) \mathcal{T}(f - f_0 + m\Delta) e^{-i(2\pi f_0 t + m2\pi\nu)t}. \end{aligned} \tag{3-2}$$

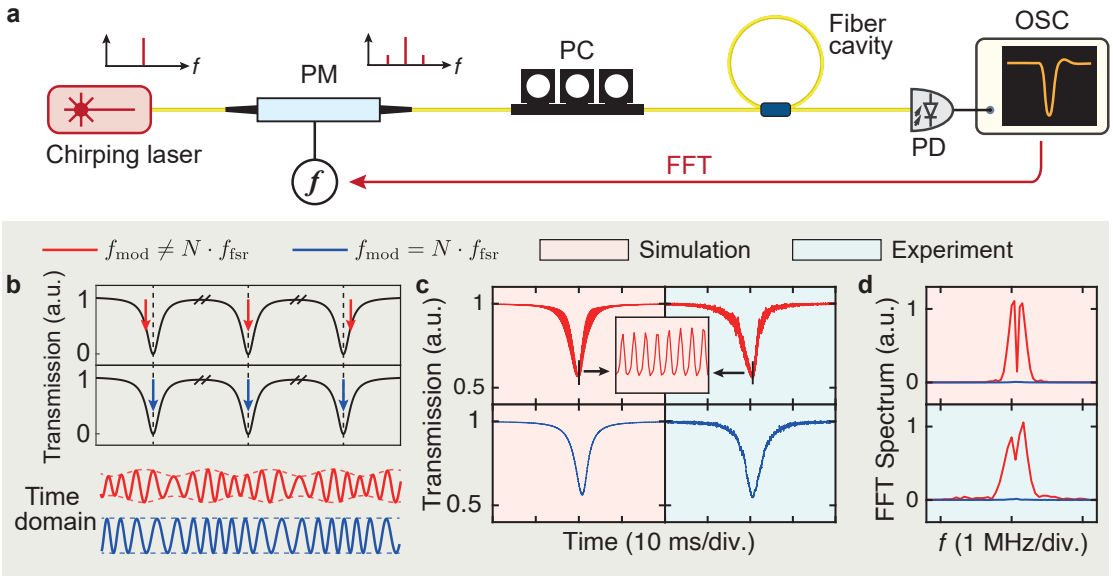


图 3-4　光纤环腔 FSR 标定装置与原理。a. 实验装置。PM (phase modulator)，相位调制器；PC (polarization controller)，偏振控制器；FFT (fast Fourier transformation)，快速傅里叶变换。b-d. 标定原理。图中展示了 $f_{mod} \neq N \cdot f_{fsr}$（红线）与 $f_{mod} = N \cdot f_{fsr}$（蓝线）的差异。b 图中的三个红/蓝箭头表示入射的 CW 激光及其边带。从实验数据（蓝色背景）和仿真数据（红色背景）可以看出 $f_{mod} \neq N \cdot f_{fsr}$ 与 $f_{mod} = N \cdot f_{fsr}$ 的差异如下：1. 时域上的包络（图 b 底部）；2. 共振线（图 c）；3.FFT 得到的频域峰值（图 d）。

其中 $\mathcal{T}(f)$ 为共振线的线型函数，$f_m = f_0 + mf_{fsr}$，$\Delta = \nu - f_{fsr}$ 是调制频率与光纤环腔 FSR 的频率差。当 $\nu = f_{fsr}$ 时，我们有 $\Delta = 0$，故：

$$A(t) = \mathcal{T}(f - f_0)A \sum_m J_m(\epsilon) e^{-i(2\pi f t + m2\pi\nu)t}$$
$$= \mathcal{T}(f - f_0)Ae^{-i(2\pi f t + \sin(2\pi\nu t))}. \tag{3-3}$$

因此，经过光纤环腔的光强为：

$$I(t) = |A(t)|^2 = |A\mathcal{T}(f - f_0)|^2. \tag{3-4}$$

因此与时间无关。然而当 $\nu \neq f_{fsr}$ 时，式 (3-2) 中的响应函数 $\mathcal{T}(f - f_0 + m\Delta)$ 与 m 相关，进而使 $I(t) = |A(t)|^2$ 与时间相关，最终产生 $\{m\nu \mid m = 1, 2, \cdots\}$ 等一系列频率的拍频信号。

3.2.3　光纤环腔 FSR 标定的结果和稳定性分析

图 3-5a 展示了不同温度以及不同频率下的光纤环腔 FSR 标定结果，图中的 errorbar 由实验中多次标定计算得出。大范围的表征体现出光纤本身的色散；从拟合曲线可以看出，略小于 230 THz 的位置处 FSR 随频率变化最为平缓，而文献中单模光纤的零色散频率为 229 THz，二者相吻合，间接证明了本方法的精密度。

在频率标尺的实际使用中，光纤的折射率会随着温度有微小改变，影响光纤环腔的 f_{fsr}。为此，我们测量了其 f_{fsr} 随温度的变化关系。由图 3-5a 的大范围表征可知，不同温度下的色散曲线除了在 y 方向上有所平移外几乎相同，这表明温度只会影响 FSR 而几乎不影响光纤色散。

因此，我们取某一个频率下的 FSR，详细表征其随温度变化的关系。我们选取普通单模光纤（SMF）与相位稳定光纤（PSF）进行对比，其中后者具有坚硬的光纤涂覆层，可以抑制温度引起的形变。二者不同温度下的 FSR 变化如图 3-5b 所示。经拟合得出，PSF 的温度敏感性为 $\frac{\mathrm{d}f_{\mathrm{fsr}}}{\mathrm{d}T} = -262\,\mathrm{Hz/K}$，而 SMF 为 $-676\,\mathrm{Hz/K}$。因此，1 K 的温度变化会引起 PSF 光纤环腔在整个 55.1 THz 范围内约 240 MHz 的累积误差。

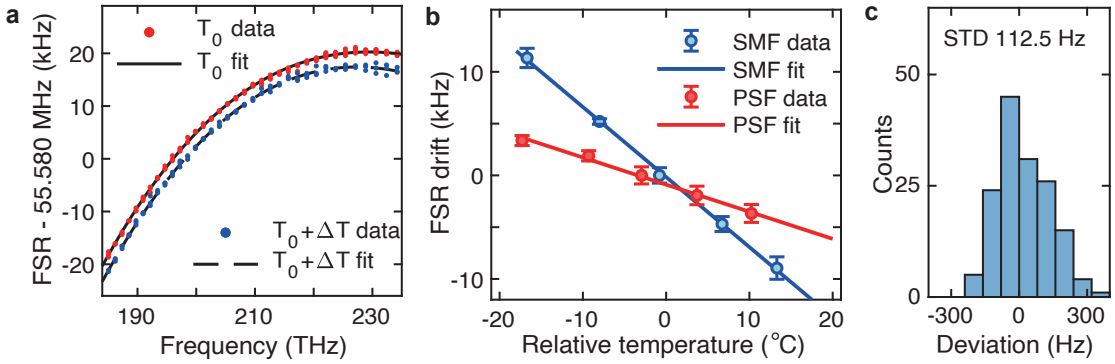


图 3-5　光纤环腔 FSR 标定的稳定性。a. 光纤环腔在 55.1 THz 范围内的 FSR 变化，拟合曲线体现了光纤本身的色散。我们在 T_0 和 $T_0 + \Delta T$ 两个不同温度下进行了测量，其中 $T_0 = 23.5°C$，$\Delta T = 9.3°C$。b. 普通单模光纤（SMF）与相位稳定光纤（PSF）的变温测试对比。图中展示了二者在温度变化下的 FSR 漂移情况，并进行了线性拟合。c. 经过 150 次测量下，得到光纤环腔的 FSR 标准差为 112.5 Hz。

此外，我们在实验室温度下对光纤环腔进行了 150 次表征，得到的标准差为 112.5 Hz，这一方面证明该表征方法的稳定性，另一方面表明光纤环腔在实验室环境的温漂下产生的 FSR 变化非常小。

3.3　氮化硅微环谐振腔的基本性质表征

上述标定完成的光纤环腔，即可作为图 3-3a 中所示的频率标尺；基于此，我们构建了图 3-3b 所示的光谱表征平台，并将氮化硅微环谐振腔作为待测器件，对其透射谱进行了详细表征。透射谱包含环腔的基本性质，通过观察劈裂情况可以筛选适合进行 SFWM 过程的共振线；通过拟合共振线的线宽可以得到环腔的 κ 并推算波导损耗；通过对共振线位置的拟合可以得到环腔的色散。

图 3-6a 展示了用于量子光源的微环谐振腔在 184 ~ 202 THz 范围内的透射谱。

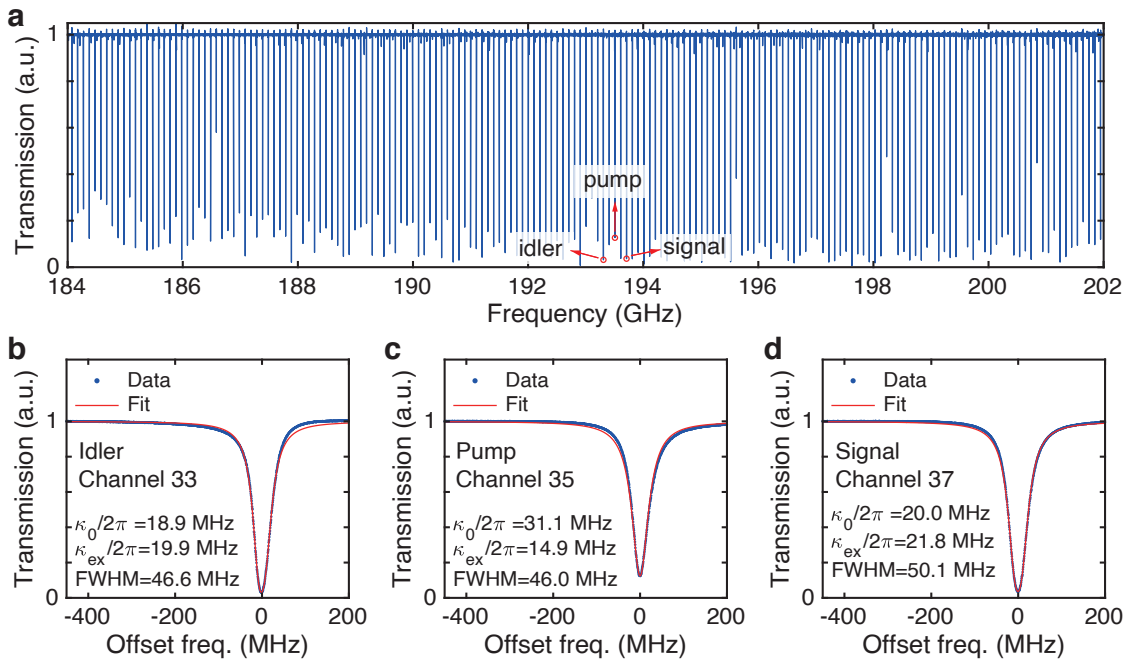


图 3-6　环腔的透射谱与共振线。a. 用于量子光源的微环谐振腔在 184 – 202 THz 范围内的透射谱。其中标记了用于泵浦和收集光子的共振线。b-d. C33、C35 和 C37 通道的共振线及其拟合曲线，其中蓝线由数据点构成，红线为拟合曲线。图中标记了各通道的本征损耗 $\kappa_0/2\pi$、耦合率 $\kappa_{ex}/2\pi$ 及半高全宽。可以看出半高全宽略大于 $\kappa_0/2\pi$ 与 $\kappa_{ex}/2\pi$ 之和，说明共振线因轻微劈裂而略有展宽。

通过观察透射谱可以看出，环腔的大部分共振线很深（接近 0 透过率），并且随着频率的提升，共振线具有逐渐变深的趋势，因此可以判断环腔处于**轻微过耦合**。

该环腔的共振线的间隔约为 100 GHz，与 ITU 标准的信道宽度相对应，因此可以利用此标准对环腔共振频率进行标记，并借助商用的密集波分复用滤波器（dense wavelength-division multiplexer，DWDM）来实现滤波，从而完成 p、s、i 光的分离。由于普通单模光纤在 1550 nm 波段附近损耗最低，因此被选为通讯领域的 C 波段，并具有最为成熟的激光器与滤波器，故本实验中我们选择在 1550 nm 附近寻找合适的共振线进行泵浦。由 2.2.3 节中的讨论可知，劈裂会导致共振线变宽变浅，因此需要筛选 **1550 nm 附近无明显劈裂**的共振线作为泵浦和收集通道。通过观察透射谱，我们挑选了 C35 通道处的共振线进行泵浦，并在 C33 和 C37 通道处收集 s 光和 i 光。其中 C35 通道的中心频率为 193.5 THz（C33 为 193.3 THz，以此类推），对应波长约为 1549.3 nm。

图 3-6b、c、d 展示了 C33、C35 和 C37 通道的共振线及其拟合曲线，拟合形式基于式 (2-35)。在劈裂很小时，κ_0 与 κ_{ex} 在拟合表达式中的位置对称，因此二者的区分需要借助共振线随频率变化的整体趋势。最终我们得到了各共振线的 κ_0 与 κ_{ex} 并标记在图中。根据拟合结果，共振线的半高全宽均略大于 $\kappa_0/2\pi$ 与 $\kappa_{ex}/2\pi$ 之

和，这表明即便对于无明显劈裂的环腔，依然存在轻微的 $a_{\mathrm{cw}}-a_{\mathrm{ccw}}$ 耦合，从而使得共振线因轻微劈裂而略有展宽。在 C33 共振线处，环腔的本征损耗为 $\kappa_0/2\pi = 18.9$ MHz，由此可以计算出环腔的本征损耗为 $Q_0 = \omega/\kappa_0 = 1.02\times10^7$；由式 (2-30) 可以推算出构成此环腔的波导损耗约为 3 dB/m。

根据透射谱中的共振线位置，还可以对环腔的色散进行拟合。由式 (2-56) 中的结论，我们以 C35 共振线作为原点，对环腔的共振频率进行如下展开：

$$D_{\mathrm{int}}(N) = \omega(N) - \omega(0) - D_1 N = \frac{D_2}{2!}N^2 + \mathcal{O}(N^3), \tag{3-5}$$

其中 N 为共振线距离 C35 的模式数，$D_1/2\pi$ 为环腔的 FSR。我们利用此表达式，在 C35 共振线处对环腔的色散进行拟合，结果如图 3-7 所示。从色散拟合结果可以看出，$0 < D_2/2\pi < 1$ MHz，为**轻微反常色散**。

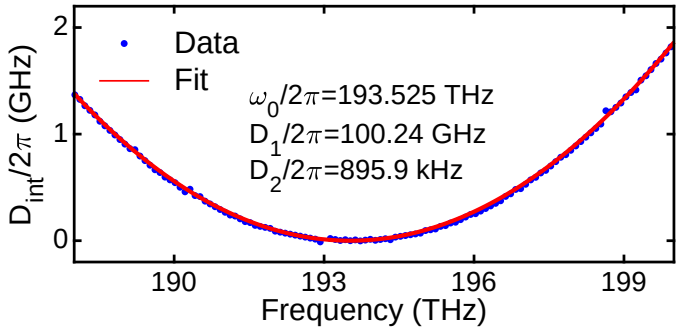


图 3-7　环腔的色散拟合结果。

综上所述，该环腔满足 2.3.3 节中对于高亮度 SFWM 量子光源的所有要求。下一章将介绍此环腔的亮度表征。

第 4 章　集成量子光源的亮度表征

亮度是衡量一个量子光源品质的重要指标。高亮度能够有效降低光源所需的泵浦功率，降低对泵浦激光器的需求，有利于器件在实际应用中大规模部署。但对于基于集成微腔的量子光源，其高亮度和窄线宽由腔增强保证，等效相互作用长度长，因此介质中存在的自发非线性散射也不和忽视。散射光子会贡献单路计数，但不会贡献符合事件，因此会导致对光源亮度的高估。本章我们将针对亮度的准确表征进行展开。

首先，我们给出亮度的定义。随后，引入更精确的统计模型，能够有效排除腔内非线性散射噪声对亮度评估的影响。在此基础上，我们构建实验装置，一方面支撑此亮度表征方法，另一方面能够直接用于进一步地预报单光子源和双光子纠缠态产生。最后，我们给出亮度表征的结果，并对该结果和测试中的细节进行详细分析。

4.1　亮度的定义

我们将单位时间内光源的光子对产生数量定义为**光子对产率**（Pair Generation Rate，PGR）。光子对产率与功率相关，故在评估光源产生光子对能力时，需要将功率的差异扣除。由 2.3节可知，对于三阶的 SFWM 过程 $\alpha = aP^2$，a 为产率系数，可通过 PGR/P^2 得到。例如某光源在 0.5 mW 的功率下每秒钟产生 10000 对光子，则

$$a = 10000/1\ \mathrm{s}/(0.5)^2 = 40000\ \mathrm{Hz/mW^2}. \tag{4-1}$$

a 在数值上与 PGR@1 mW 相等。

在很多应用场景中，例如量子存储[87]、量子通讯[88]、量子增强天文观测等[89]，由于产生的光子要与原子跃迁线相匹配，故我们实际关心单位光谱宽度下的光子对产率，称为谱亮度（spectral brightness），它定义为 a 与线宽（通常选取单位为 GHz）的比值，以下简称其为光源的**亮度**。

尽管亮度的定义极为简单，但实验上将其严格准确的表征需要考虑很多复杂情况，本节将对这部分内容做详尽的介绍。主要包括以下几个方面：（1）在考虑片上非线性散射噪声的情况下，亮度测量的理论原理；（2）亮度测量的实验装置；（3）实验结果及链路效率和测量误差的分析。

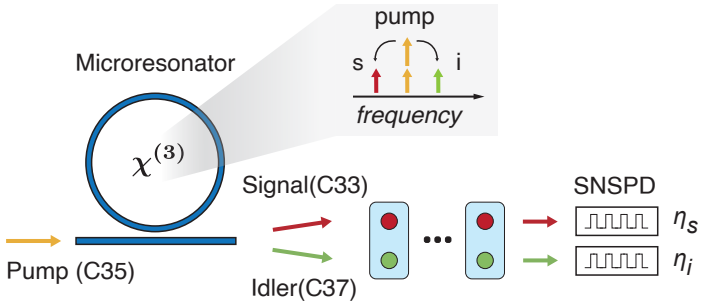


图 4-1　环腔 SFWM 过程示意图。环腔在泵浦光的作用下发生 SFWM 过程，产生纠缠光子对。由于链路效率小于 1，光子从产生到被探测存在概率性的丢失情况，单路效率分别为 $\eta_{s/i}$。

4.2　集成量子光源亮度表征的基本原理

如图 4-1 所示，环腔量子光源在泵浦光的作用下发生 SFWM 过程，产生 signal 光子（s 光）与 idler 光子（i 光），分别对应蓝色方框中的红色和绿色小球。s 光和 i 光经滤波后，分别进入单光子探测器的两个通道。单光子探测器可以对两通道的光子到达时间进行测量，光子到达探测器后会产生电信号，并由计数器进行时间关联分析；计数器可以统计两路光子同时到达的情况，该计数率被称为**符合计数**（coincidence count rate，n_{cc}）。在实际的测量过程中，光子出腔、耦合、滤波、探测等步骤都会带来效率损失，因此会存在一定比例光子产生但未被探测的情况，故对于每个单路而言，实际被探测到的光子数需要乘以一个未知的**效率** $\eta_{s/i}$。

结合符合计数与两个通道的单路计数可以对效率进行扣除。如图 4-2 所示，将时间轴离散化为一系列等间隔的小窗格（bin），光子在 bin 上稀疏分布，同一 bin 内产生多对光子的情况可以忽略。对于只考虑 SFWM 过程的理想光源，其每秒产生光子对的数量为 α，则两路的单路计数分别为 $n_s = \eta_s\alpha$ 与 $n_i = \eta_i\alpha$；只有两路光子都未丢失的情况才能产生符合，因此符合计数需要乘以两路的效率，即 $n_{cc} = \eta_s\eta_i\alpha$。

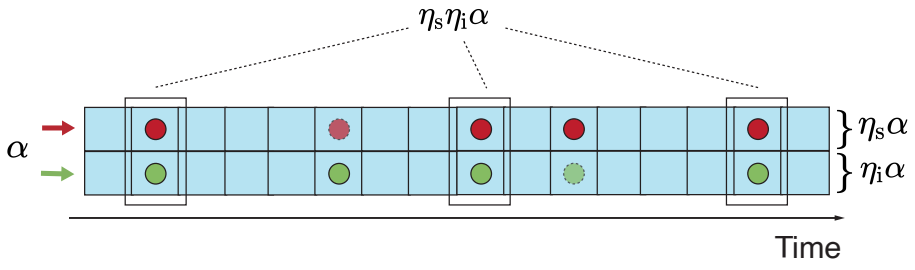


图 4-2　理想情况下探测器的计数情况。时间轴被离散化为一系列等间隔的小窗格，光子数量远小于窗格数，在时间轴上稀疏分布。由链路和探测等因素会造成效率损失（阴影代表该光子丢失）。α，每秒钟产生的光子对数量；$\eta_{s/i}\alpha$，单路计数；$\eta_s\eta_i\alpha$，符合计数，只发生在两路均未丢失光子的情况（方框标注）。

因此，

$$\eta_{\mathrm{s}} = n_{\mathrm{cc}}/n_{\mathrm{i}},$$
$$\eta_{\mathrm{i}} = n_{\mathrm{cc}}/n_{\mathrm{s}},$$
$$\alpha = n_{\mathrm{s}}n_{\mathrm{i}}/n_{\mathrm{cc}}. \tag{4-2}$$

然而，由 2.1.1 节可知，泵浦光场的能量在氧化硅包层中亦有分布，因此会发生拉曼过程[43]，泵浦光子在热声子的作用下被转移到附近频率，混入 s 光和 i 光所在的通道，即**散射噪声**（scattering noise）。散射噪声的存在会影响单路与符合计数，因此式 (4-2) 不再适用。在考虑散射噪声的情况下，光子在时域上的分布如图 4-3 所示。散射噪声与 SFWM 光子经历的光路相同，二者的效率一致。

在此情况下，单路计数可以视为两种光子计数的直接相加。符合计数的计算则较为复杂。拉曼光子本身不具备时间关联，但是可以通过图 4-3 中虚线方框所展示的两种方式贡献符合计数：（1）两个通道的拉曼光子碰巧同时产生；（2）SFWM 光子对由于效率原因其一丢失，但是被相应通道同时产生的拉曼光子补齐。由非关联的光子偶然落入同一个 bin 产生的符合计数称为**偶然符合**（accidental coincidence）。

由于拉曼光子不能作为纠缠光子对使用，因此在计算 SFWM 产率 α 时，我们需要将散射噪声在单路和符合计数中的贡献进行扣除。散射噪声和 SFWM 光子在频率上无法被区分，故需要利用二者的其他差异进行统计学分析。首先，二者随功率的变化趋势不同，散射噪声的产率 $\alpha_{\mathrm{sn}} \propto P$ 而 $\alpha \propto P^2$，因此通过变功率测量进行拟合则可以扣除散射噪声在单路计数中的贡献。其次，二者的时间关联特性不同，SFWM 光子对同时产生，而散射噪声是在时域上随机产生的单个光子，利用适当的时间关联分析可以扣除散射噪声在符合计数中的贡献。完成相应的扣除之后，则可以利用式 (4-2) 的方法扣除效率并计算 α。

扣除方法基于以下的统计模型：设 a 与 $b_{\mathrm{s/i}}$ 分别是 SFWM 和两个单路中拉曼

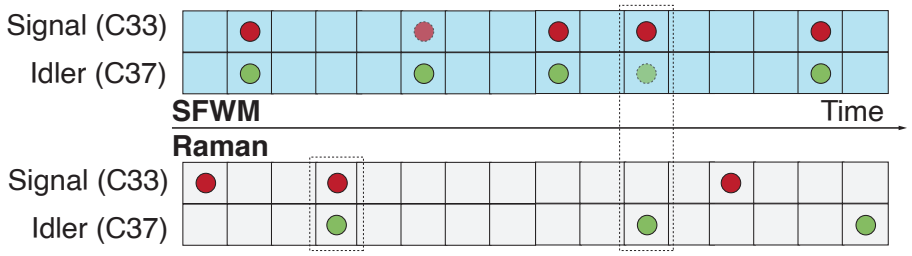


图 4-3　符合计数测量模型。SFWM 过程和拉曼过程同步发生，SFWM 光子成对产生，拉曼光子随机在单个通道产生。蓝色框：SFWM 光子；灰色框：拉曼光子。两个通道均有光子到达的事件即为符合计数，由非关联的光子偶然落入同一个 bin 产生的符合计数称为偶然符合。虚线框展示了两种偶然符合情况：（1）两个通道的拉曼光子碰巧同时产生；（2）SFWM 光子对由于效率原因其一丢失，但是被相应通道同时产生的拉曼光子补齐。

光子的产率系数，即 SFWM 光子的产率为 $\alpha = aP^2$，拉曼光子在两路的产率分别为 $b_{\mathrm{s/i}}P$；M 是单位时间内包含的窗格数，且远大于 α。

在此情况下，单路计数为：

$$n_{\mathrm{s/i}} = \eta_{\mathrm{s/i}}(aP^2 + b_{\mathrm{s/i}}P). \tag{4-3}$$

符合计数包含以下三项：

（1）SFWM 光子产生的符合计数，大小为 $\eta_{\mathrm{s}}\eta_{\mathrm{i}}aP^2$。

（2）两个通道的拉曼光子碰巧同时产生。对于 s/i 通道，单个 bin 内探测到具有拉曼光子的概率为 $p_{\mathrm{s/i}} = \eta_{\mathrm{s/i}} \cdot b_{\mathrm{s/i}}P/M$，因此该 bin 在两个通道均产生拉曼光子的概率为 $p_{\mathrm{s}}p_{\mathrm{i}} = \eta_{\mathrm{s}}\eta_{\mathrm{i}} \cdot b_{\mathrm{s}}b_{\mathrm{i}}P^2/M^2$。由于 1 秒内共有 M 个 bin，因此该情况贡献的偶然符合数量为 $Mp_{\mathrm{s}}p_{\mathrm{i}} = \eta_{\mathrm{s}}\eta_{\mathrm{i}}b_{\mathrm{s}}b_{\mathrm{i}}P^2/M$。

（3）SFWM 光子对由于效率原因其一丢失，但是被相应通道同时产生的拉曼光子补齐。对于某一 bin，存在 s 光子被探测到而 i 光子丢失的概率为 $p_1 = \eta_{\mathrm{s}}(1 - \eta_{\mathrm{i}})aP^2/M$；i 通道存在拉曼光子的概率为 $p_2 = \eta_{\mathrm{i}}b_{\mathrm{i}}P/M$，因此该情况贡献的偶然符合数量为 $Mp_1p_2 \propto P^3$。

因此我们有

$$n_{\mathrm{cc}} = \eta_{\mathrm{s}}\eta_{\mathrm{i}}aP^2 + \eta_{\mathrm{s}}\eta_{\mathrm{i}}b_{\mathrm{s}}b_{\mathrm{i}}P^2/M + \mathcal{O}\left(P^3\right). \tag{4-4}$$

若要扣除拉曼光子对 n_{cc} 带来的影响，需要将其中偶然符合产生的贡献进行扣除。注意到，除了对两路直接进行符合测量外，我们还可以将其中一路的延迟拉远后进行符合测量。由于拉远延迟意味着破坏了两路光子之间的时间关联，故该测量的结果为两路光子随机碰撞造成的偶然符合。我们将拉远延迟下单个 bin 的符合计数率定义为 n_{acc}。

两个单路随机碰撞的情况下，单个 bin 具有光子的概率为 $p_{\mathrm{s/i}} = \eta_{\mathrm{s/i}}(aP^2 + b_{\mathrm{s/i}}P)/M$，故

$$n_{\mathrm{acc}} = Mp_{\mathrm{s}}p_{\mathrm{i}} = \eta_{\mathrm{s}}\eta_{\mathrm{i}}b_{\mathrm{s}}b_{\mathrm{i}}P^2/M + \mathcal{O}(P^3). \tag{4-5}$$

因此我们有

$$n_{\mathrm{cc}} - n_{\mathrm{acc}} = \eta_{\mathrm{s}}\eta_{\mathrm{i}}aP^2 + \mathcal{O}(P^3). \tag{4-6}$$

通过以上统计学分析，我们得到了最终的表达式：

$$\begin{cases} n_{\mathrm{s/i}} = \eta_{\mathrm{s/i}}(aP^2 + b_{\mathrm{s/i}}P), \\ n_{\mathrm{cc}} - n_{\mathrm{acc}} = \eta_{\mathrm{s}}\eta_{\mathrm{i}}aP^2 + \mathcal{O}(P^3). \end{cases} \tag{4-7}$$

以上两式的二次项系数仅由 SFWM 光子贡献。$n_{\mathrm{s/i}}$，n_{cc} 和 n_{acc} 分别为单路计数、符合计数与拉远延迟下的符合计数，均可在不同泵浦功率 P 下由实验测得。通

过多项式拟合即可得到 $n_{s/i}$ 与 $n_{cc}-n_{acc}$ 的二次项系数 $\eta_s a$，$\eta_i a$ 和 $\eta_i\eta_s a$。此时便回归式 (4-2) 的理想情况：

$$\begin{aligned}\eta_s &= (\eta_i\eta_s a)/(\eta_i a),\\ \eta_s &= (\eta_i\eta_s a)/(\eta_s a),\\ a &= (\eta_s a)(\eta_i a)/(\eta_i\eta_s a).\end{aligned} \tag{4-8}$$

4.3　实验装置

根据 3.3 节中关于环腔透射谱的表征结果，本实验所选择的环腔工作波长在 1550 nm 通讯波段，FSR 为 100 GHz，与 ITU 标准的信道宽度相对应，因此可以借用此标准对环腔共振频率进行标记，并借助商用的密集波分复用滤波器（dense wavelength-division multiplexer，DWDM）来实现滤波，从而完成各光学频率的分离。我们挑选 C35（193.5 THz）通道处的共振线进行泵浦，并在 C33 和 C37 通道处收集 s 光和 i 光。

为实现对式 (4-7) 的拟合，需要在不同功率下进行光子对产率的测量，为此我们搭建了如图 4-4 所示的实验装置。

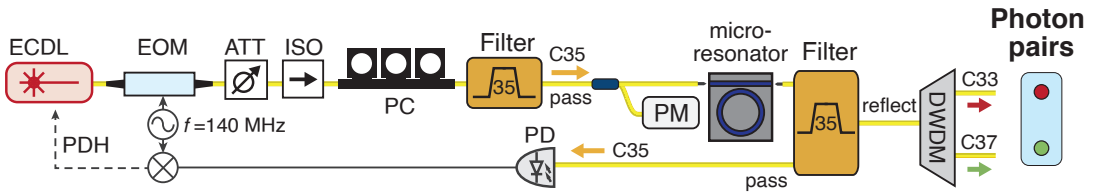


图 4-4　基于集成微腔制备光子对的实验装置。ECDL，external-cavity diode laser，外腔可调谐半导体激光器；EOM，electro-optic modulator，电光调制器；ATT，optical attenuator，光衰减器；ISO，optical isolator，光隔离器；PM，powermeter，功率计；PC，polarization controller，偏振控制器；PD，photodetector，光电探测器。

该装置中，泵浦光源为外腔可调谐半导体激光器（Toptica CTL 1550）作为泵浦光源。激光器输出经过电光调制器调制产生边带，用于 PDH 锁频（详见附录），将激光器频率锁定于环腔的某个共振频率。随后，激光经过可调衰减器、光隔离器以及偏振控制器（控制进入芯片的光偏振）。在进入芯片前，光谱中还加入了一个 > 100 dB 对应泵浦光 C35 通道的高隔离度窄带滤波器用于去除激光器的自发辐射噪声，否则宽带的自发辐射噪声会与产生的光子对混合在一起，无法区分。滤波器出射的激光 ~ 20% 接入功率计用于监控进腔功率，其余直接耦合入芯片用于光子对产生。实际芯片所处的温控平台精度在 ~1 mK 量级，因此引起的共振线频率漂移在 193.5 THz 附近约为 ~1 MHz 量级。

出腔的光包含剩余的泵浦激光，以及我们所需的光子对。为了将几部分分开，我们后续使用了一系列滤波器件，首先是第二个 C35 通道滤波器，残余的泵浦光大部分被此滤波器的 pass 端口分出，用于 PDH 锁频的反馈。光子对从该滤波器的 reflect 端口输出，被密集波分复用器 DWDM 分到两路。至此，光子对制备完成。

为了测量亮度，制备的光子对被直接输入超导纳米线单光子探测器（superconductingnanowire single-photon detectors，SNSPD）。SNSPD 是一种基于超导材料的高灵敏度单光子探测设备，其核心原理依赖于超导体在低温下的特性。SNSPD 由超导材料制成的纳米线构成，宽度通常在几十到几百纳米之间。在极低温环境下，纳米线被冷却至超导态，此时电阻为零。通过施加一个接近但略低于临界电流的偏置电流，纳米线处于超导态的临界边缘。当单个光子被纳米线吸收时，光子的能量转化为热能，导致纳米线局部区域的温度升高，形成一个称为“热点”的正常态区域。这个热点破坏了局部的超导态，使得该区域出现电阻，导致偏置电流重新分布并在热点周围集中，进一步扩大正常态区域。这种电流重新分布会在纳米线两端产生一个瞬态电压脉冲，外部电路检测到这个脉冲即可记录一个光子事件。随后，热点区域通过热扩散迅速冷却，纳米线恢复超导态，准备探测下一个光子。SNSPD 可以在通讯波段具有超过 85% 的探测效率、极低的暗计数率（<100）和 10 ps 级的时间分辨率。

随后，SNSPD 产生的时域脉冲被送入 Time Tagger 分析时间关联。Time Tagger 可以统计两个光子到达事件之间的时间差。例如图 4-5 中，我们将通道 1（ch 1）设置为开始通道，通道 2（ch 2）设置为结束通道，则 Time Tagger 会计算出每一个 ch 1 的光子与 ch 2 光子之间的时间差；若 ch 2 中的事件早于 ch 1 发生，则置于时间轴原点的另一侧。最后，Time Tagger 会将时间轴进行离散化，按时间差的大小对事件进行分类，并统计每一个 bin 内的计数，得到关于两个通道到达事件时间差的统计分布直方图。当单个 bin 的宽度设置为 $\Delta t = 200$ ps 时，$M = 5 \times 10^9$，而实验上探测器单路量程上限仅每秒 5×10^6 个光子，故实际的测量过程均满足光子分布稀疏的条件。

基于此方法进行的符合计数测量与具有如下特点：

（1）若两个通道的光子具有时间关联，则直方图上会出现符合计数的峰。SFWM 过程中，s 光和 i 光同时产生，因此两个通道的到达事件具有时间关联，符合计数会集中分布在时间轴上某处形成峰。理想模型下，光子成对产生成对到达，所有计数均聚集于零延迟对应的 bin 内，峰宽趋于零，n_{cc} 即为该 bin 内的计数；实际情况下，成对产生的光子到达探测器具有一定的时间分布，峰往往具有宽度，n_{cc} 为峰内各个 bin 的计数之和。

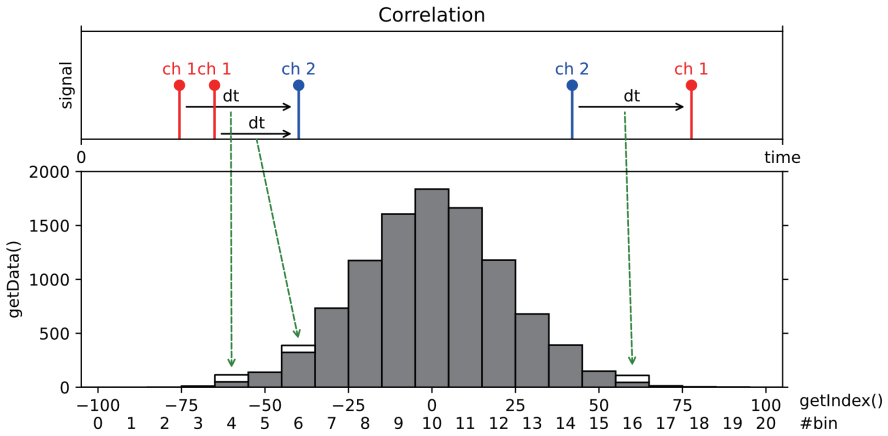


图 4-5　Time Tagger 的时间关联统计。图片来自 Time Tagger 的配套软件 Swabian Instrument。

（2）远离零延迟的位置会存在本底。对于直方图上 T 时间处的 bin，若 T 足够大，远远超过具有关联的事件可能到达的时间差，则落入其中的符合事件完全由偶然符合贡献。计算该 bin 在 1 秒内产生的计数，等价于截取 1 秒内的 ch 2 光子与 1 秒内的 ch 1 光子随机碰撞，因此单个 bin 内的计数即为式 (4-5) 所定义的 n_{acc}。

值得注意的是，式 (4-6) 所描述的扣除过程默认了 n_{cc} 也处于单个 bin 内。实际上，计算 n_{cc} 时，对峰内计数求和所选取的每一个 bin，都应当扣除单个 bin 所包含的 n_{acc}，因此当选取一定窗口内的计数作为 n_{cc} 时，也应当选取同样宽度的本底作为 n_{acc}。下一节中将基于实验测得的符合计数直方图，对以上过程进行更详细的说明。

4.4　亮度表征的实验结果

4.4.1　符合计数直方图

图 4-6 展示了对选中的环腔进行符合计数测量所得到的统计分布直方图，进腔功率为 5.2 μW 下，累积时间为 3600 s。时间轴为通道 2（C37）相对于通道 1（C33）中的光子到达探测器的时间延迟，其中单个时间窗口（bin）的宽度为 $\Delta t = 200$ ps。红点的高度代表累积时间内落入该 bin 的符合计数。

观察直方图可以看出，0 延迟处存在一个符合计数的尖峰，尖峰两侧近似对称。随着 bin 的位置逐渐远离 0 延迟，单个 bin 的符合计数呈指数衰减，直至产生平坦的本底，在远离尖峰时本底的大小基本保持不变。（实验中，峰的位置略微偏移 0 延迟处，这是由两路光纤长短不同等因素所造成，可以通过平移时间轴进行校准）。

峰两侧 bin 的计数呈指数衰减来源于环腔中的能量衰减关系（ring-down）。对

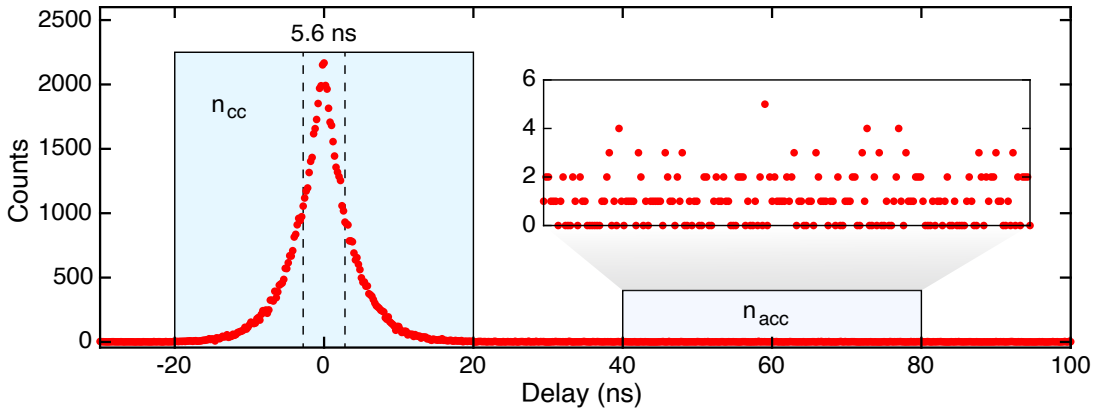


图 4-6　符合计数统计分布直方图。单个时间窗口的宽度为 $\Delta t = 200$ ps。在进腔功率为 5.2 μW 下，累积 3600 s 测得。尖峰主要分布在 40 ns 的符合窗口内，其半高全宽（FWHM）为 5.6 ns。远离尖峰处的计数为偶然符合构成的本底 n_{acc}，子图为本底计数的放大图。

于有损耗的环腔，其腔内能量衰减满足

$$\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = -\kappa U, \tag{4-9}$$

因此对于零时刻产生的光子，其在 t 时刻仍然存在于腔中的概率 $p_1(t) \propto e^{-\kappa t}$。对于每次经过耦合区的光子，其出腔的概率为定值。故对于零时刻产生的光子，其在 $[t, t+\delta t]$ 时间内出腔的概率 $p_2(t) \propto e^{-\kappa t}$，其中 δt 为光子转一圈所需要的时间。由于 δt 足够小，可以近似认为零时刻产生的光子在 t 时刻出腔的概率密度为 $p(t) \propto e^{-\kappa t}$，也可以写作 $p(t) \propto e^{-t/\tau}$，其中 $\tau = 1/\kappa$ 为腔的衰减时间常数。

考虑 SFWM 过程在腔中产生的一对光子 s 和 i，设二者出腔的时间差为 $T = t_{\mathrm{s}} - t_{\mathrm{i}}$，$T$ 即为直方图的横轴。设光子对出腔时间差的概率密度分布为 $P(T)$。$T > 0$ 时，有

$$\begin{aligned} P(T) &= \int_0^\infty \int_0^\infty \delta(t_{\mathrm{s}} - t_{\mathrm{i}} - T) p(t_{\mathrm{i}}) p(t_{\mathrm{s}}) \mathrm{d}t_{\mathrm{i}} \mathrm{d}t_{\mathrm{s}} = \int_0^\infty p(t_{\mathrm{i}}) p(t_{\mathrm{i}} + T) \mathrm{d}t_{\mathrm{i}} \\ &= e^{-\kappa T} \int_0^\infty [p(t_{\mathrm{i}})]^2 \mathrm{d}t_{\mathrm{i}} \propto e^{-\kappa T}. \end{aligned}$$

由对称性可知，$P(T)$ 的分布关于原点对称，故

$$P(T) \propto e^{-\kappa |T|}. \tag{4-10}$$

定义 $N(T)$ 为计数率密度，即 $[T, T + \Delta T]$ 区间内的计数率为 $\int_T^{T+\Delta T} N(T) \mathrm{d}T$。实验上的 bin 足够窄时，可以视为对此的近似，以求和代替积分。峰主要由 SFWM 光子带来的符合计数构成，因此对于距离原点 T 处的 bin，其计数率密度近似为

$$N(T) = N_0 e^{-|T|/\tau}, \tag{4-11}$$

其中 N_0 为最高点的计数率密度。

因此，可以根据直方图峰半高全宽估算腔模的寿命以图 4-6 中的峰为例，其半高全宽为 5.6 ns，故

$$e^{-(5.6\ \mathrm{ns}/2)/\tau}=\frac{1}{2}, \tag{4-12}$$

故有 $\tau = 2.8\ \mathrm{ns}/\ln(2) \approx 4.04\ \mathrm{ns}$。由 $\kappa = 1/\tau$ 可以推算出腔的线宽为 $\kappa/2\pi = 39.4\ \mathrm{MHz}$，与透射谱表征的结果（$\kappa/2\pi = 38.8\ \mathrm{MHz}$）基本一致。

由于实际的峰具有宽度，n_{cc} 不再如图 4-3 中的理想模型所示集中于单个 bin 中，而是需要考虑一定宽度符合窗口内的计数。相应地，也需要**扣除与窗口等宽的本底**作为 n_{acc}。因此我们有

$$n_{\mathrm{cc}}=\int_{-\Delta t/2}^{\Delta t/2} N(t)\mathrm{d}t;\qquad n_{\mathrm{acc}}=\int_{T_0-\Delta t/2}^{T_0+\Delta t/2} N(t)\mathrm{d}t. \tag{4-13}$$

其中 Δt 为选取的时间窗口，T_0 足够大使得偶然符合窗口远离峰。显然，随着时间窗口逐步增大，n_{cc} 和 n_{acc} 的增量会趋于一致，因此二者的差值也会收敛。Δt 扩大至 $n_{\mathrm{cc}}-n_{\mathrm{acc}}$ 保持不变时，即为合适的符合窗口。例如图 4-6 中，符合窗口为 $\Delta t = 40$ ns。实验上，由于单个 bin 内的偶然符合很小，为了减小方差，我们在测量直方图时，可以人为设置更长的横轴，并将直方图上远离尖峰的本底全部取出。利用很宽范围内的本底取平均值，可以计算出单位时间内的偶然符合，乘以相应的符合窗口 Δt 即可得到更准确的 n_{acc}。用这种方式计算出的 $n_{\mathrm{cc}}-n_{\mathrm{acc}}$ 我们称为**真符合计数**。

4.4.2　亮度的表征结果

在确定符合窗口之后，我们在不同功率下对该环腔进行单路与符合直方图测量，并利用直方图计算出真符合计数。图 4-7 展示了不同进腔功率下的两个单路与真符合计数的测量结果。为了提高拟合准确度，我们在 0.05-0.35 mW 的范围内较为均匀地选取了一系列功率点，在这些功率下进行计数率测量，并且对于小功率的点确保足够的积分时间以减小方差。变功率测量总共进行了十轮，并将所有结果绘制于图中。十次独立的测量结果团聚在一起，证明了实验装置的稳定性与表征方法的精确度。如图 4-7a 和 b 所示，对于单路计数，我们采用了 aP^2+bP 形式的多项式拟合。从点虚线代表的一次项可以看出，单路计数的确包含了不可忽略的一次项。图 4-7c 中对于真符合计数的拟合形式为 $aP^2+bP^3+cP^4$，拟合曲线穿过了所有的点。通过拟合两个单路与真符合计数的二次项系数，最终得到

$$\eta_{\mathrm{i}}a = 6.137\times10^{6}\ \mathrm{Hz/mW^2},$$

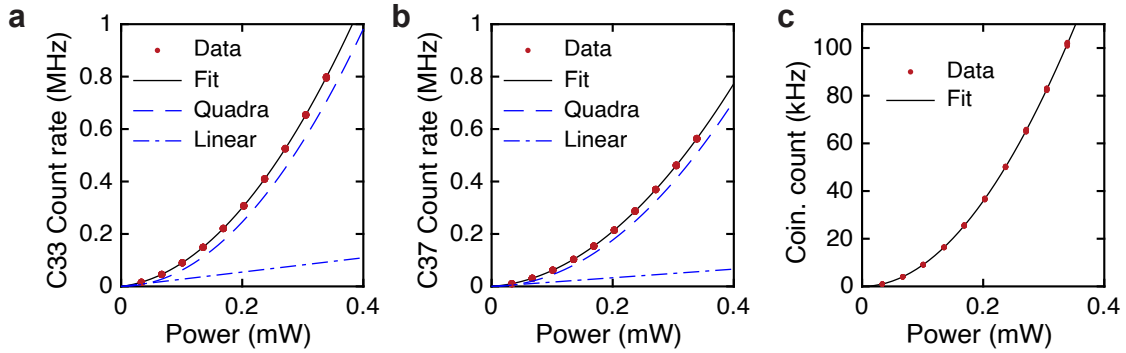


图 4-7　单路与真符合计数的测量数据与拟合结果。横轴均为进腔功率，纵轴为计数率，曲线上展示的红点为十次独立的测量结果共同放置。a、b 分别为 C33 与 C37 单路计数随功率变化的关系，拟合形式为 aP^2+bP。根据拟合后的表达式计算出一次项与二次项并分别绘制为点虚线与虚线，可以看出单路计数具有明显的一次项。c 为真符合计数率随功率变化关系，拟合形式为 $aP^2+bP^3+cP^4$。

$$\eta_{\mathrm{s}} a = 4.419\times10^{6}\ \mathrm{Hz/mW^2},$$

$$\eta_{\mathrm{s}}\eta_{\mathrm{i}} a = 8.907\times10^{5}\ \mathrm{Hz/mW^2}.$$

因此，该光源的**光子对产率系数**为 $a = 3.04\times10^{7}\ \mathrm{Hz/mW^2}$，两个单路的链路效率分别为 $\eta_{\mathrm{s}} = 0.202$、$\eta_{\mathrm{i}} = 0.145$。由光子对线宽为 $\delta\nu = 25.9\ \mathrm{MHz}$，可以计算出该光源的**亮度**为 $1.17\times10^{9}\ \mathrm{Hz/mW^2/GHz}$。

4.5　关于亮度表征的讨论

4.5.1　高次项拟合的必要性

为了证明真符合计数拟合中，包含高次项的必要性，我们对该数据分别采用 aP^2 形式与 $aP^2+bP^3+cP^4$ 形式的拟合，并对这两种拟合的结果进行了残差分析（图 4-8）。可以看出，仅使用二次项拟合得到的残差包含明显的偏离趋势。这进一

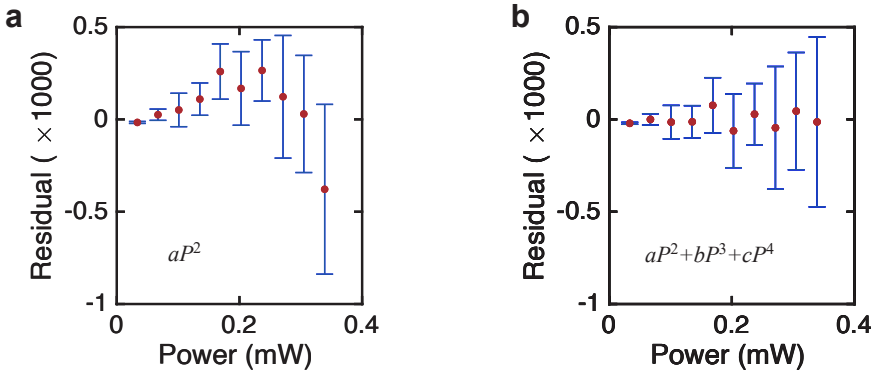


图 4-8　拟合残差分析。a 与 b 分别为仅包含 P^2 项的拟合与包含 P^3 和 P^4 项的拟合。由 a 中的趋势可以看出高次项对于拟合必不可少。

步证明了本章所采用符合计数模型的合理性。

4.5.2　符合窗口宽度的选择

符合窗口选择过小相当于低估了符合计数的贡献。设 $\eta_{\mathrm{win}}(\Delta t)$ 为符合窗口选择过小带来的效率损失，我们有：

$$n_{\mathrm{cc}} - n_{\mathrm{acc}} = \eta_{\mathrm{win}}(\Delta t) \cdot \eta_{\mathrm{s}}\eta_{\mathrm{i}} a P^2 + \mathcal{O}(P^3)$$

这种损失只影响符合计数，使得 $\eta_{\mathrm{s}}\eta_{\mathrm{i}}a$ 偏小；而对单路计数没有影响，$\eta_{\mathrm{s/i}}a$ 均不变，因此得到的二次项系数 $a = (\eta_{\mathrm{s}}a)(\eta_{\mathrm{i}}a)/(\eta_{\mathrm{s}}\eta_{\mathrm{i}}a)$ 会偏大。图 4-9 展示了不同符合窗口拟合得到的 a，可以看出当 $\Delta t = 40$ ns 时，对 a 的拟合趋于确定值，因此实验中选择的符合窗口是合理的。过小的符合窗口会导致估算得到的亮度偏大（一种典型的错误是使用半高全宽作为符合窗口）。

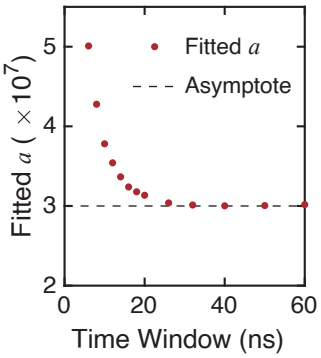


图 4-9　不同符合窗口下拟合得到的 a。

4.5.3　链路效率分析

进腔功率估算: 由于芯片具有两个端面，并且分别由透镜光纤进行耦合，因此实验上我们只能知道一进一出的总效率。为了得到进腔功率，我们需要对单端的耦合效率 η_{cp} 进行估计。我们保持透镜光纤型号不变，对相同批次的芯片、相同的微环设计进行了 20 次光纤-端面耦合测试，其双端耦合效率 $\eta_{\mathrm{cp}}^2 = 0.467(12)$，证明该效率基本可以确定为次条件下芯片耦合效率的极限。双端耦合效率显著低于此值，则既可能是某一端面缺损，也可能两端均有缺损，因此无法判定单端耦合效率；双端耦合效率接近此值，则可认为两端均无缺损、效率一致。本实验中进行亮度表征的环腔，双端耦合效率为 $\eta_{\mathrm{cp}}^2 = 0.471$，可以认为其两端效率一致，故其单端效率为 $\eta_{\mathrm{cp}} = 0.686$。在本文的装置中，我们在进腔前加入了 20:80 的分束器，80% 进腔而 20% 进入功率计进行能量标定。考虑到分束器与透镜光纤之间还有一个法兰（$\eta_{\mathrm{f}} \approx 0.96$），则当功率计的读数为 P_{m} 时，进腔功率约为 $P = 4P_{\mathrm{m}} \cdot \eta_{\mathrm{cp}}\eta_{\mathrm{f}} = 2.635P_{\mathrm{m}}$。

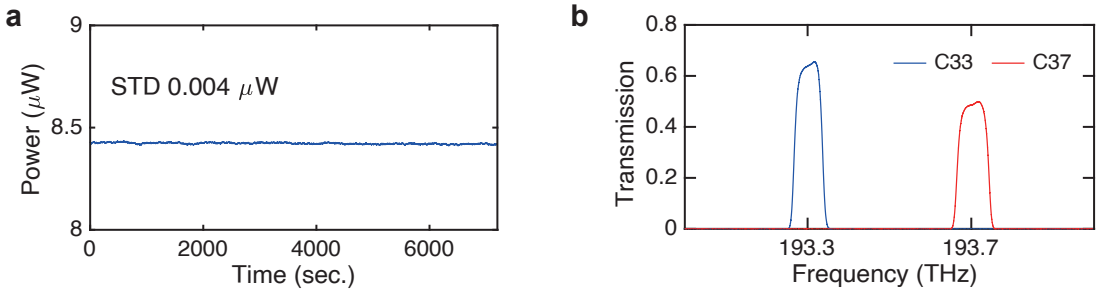


图 4-10　实验装置表征。a. 位移台耦合效率表征。优化后装置的耦合效率在小时量级不产生明显偏移。b. DWDM 透射率表征。

事实上，对于进腔功率 P 的评估必须准确且足够稳定。在装置未优化时，耦合台常常会在 yz 方向发生随机的漂移，这会导致耦合效率的下降。若这种情况发生在符合计数测量期间，评估的进腔功率与实际进腔功率会发生偏差，因此对于计数的多项式拟合会产生严重影响。图 4-10a 展示了优化后装置在定功率输入时，出腔功率随时间的变化，证明耦合效率在小时量级不发生明显改变。

出腔效率的估算：光子从产生到被探测需要经历出腔、滤波和探测过程。环腔的出腔效率为 $\kappa_{ex}/(\kappa_0+\kappa_{ex})$，对于轻微过耦合的实验环腔，出腔效率近似为 55%；芯片出口端效率为 $\eta_{cp}=0.686$；滤波过程所使用的 DWDM 在 C33（s 光）和 C37（i 光）透过率如图 4-10b 所示，约为 64%、49%；探测器效率约为 85%；故两个单路的总效率约为 20%、15%。通过多项式拟合得出 $\eta_s=20.2\%$，$\eta_i=14.5\%$，与上述结果基本一致。

4.5.4　信噪比分析

量子光源的信噪比定义为符合计数与偶然符合计数的比，即 CAR（coincidence-to-accidental ratio）。直观上，峰中的计数与光子对产率 α 成正比，而远离峰偶然符合计数与 α^2 成正比，因此 α 越大，CAR 越低。实验上，由符合计数直方图对本底作归一化处理，即可得到 CAR 随延迟量 T 分布的表达式 $R(T)$。下面在不考虑散射噪声的情况下，建立 $R(T)$ 与 α 的数学模型。

此时单路计数为 $\eta_s\alpha$ 与 $\eta_i\alpha$，峰中的符合计数总数为 $\eta_s\eta_i\alpha$。考虑峰中的计数密度，根据 $N(T)=N_0e^{-|T|/\tau}$，可以建立 α 与 N_0 之间的关系：

$$\eta_s\eta_i\alpha=\int_{-\infty}^{+\infty}N(T)\mathrm{d}T=\int_{-\infty}^{+\infty}N_0e^{-|T|/\tau}\mathrm{d}T$$

$$=2N_0\int_0^{+\infty}e^{-T/\tau}\mathrm{d}T=2N_0(-\tau)e^{-T/\tau}\Big|_0^{+\infty}=2N_0\tau.$$

因此

$$N_0 = \eta_s \eta_i \alpha / 2\tau. \tag{4-14}$$

对于远离峰的 bin，其单个 bin 的偶然符合计数为 $\eta_s \eta_i \alpha^2 / M$，因此其计数密度为 $\mathrm{acc} = \eta_s \eta_i \alpha^2$，故：

$$\begin{aligned} R(T) &= 1 + \frac{N_0}{\mathrm{acc}} e^{-|T|/\tau} \\ &= 1 + \frac{\eta_s \eta_i \alpha / 2\tau}{\eta_s \eta_i \alpha^2} e^{-|T|/\tau} \\ &= 1 + \frac{1}{2\tau\alpha} e^{-|T|/\tau}. \end{aligned} \tag{4-15}$$

不同文献中对 CAR 的定义有所差异，这与所选取的符合窗口有关。在符合窗口为 Δt 时，CAR 定义为

$$\mathrm{CAR}(\Delta t) = \frac{1}{\Delta t} \int_{-\Delta t/2}^{\Delta t/2} R(T) \mathrm{d}T. \tag{4-16}$$

显然，$\lim_{\Delta t \to 0} \mathrm{CAR}(\Delta t) = \frac{1}{2\tau\alpha}$；$\lim_{\Delta t \to \infty} \mathrm{CAR}(\Delta t) = 1$。仅打开很小的符合窗口以提升 CAR 会损失大量的效率，因此仅以 $\lim_{\Delta t \to 0} \mathrm{CAR}(\Delta t)$ 来定义 CAR 有失合理，因此本文中采用直方图的半高全宽作为 CAR 的符合窗口。基于此绘制的 CAR 与进腔功率 P 的关系如图 4-11 所示。

使用指数衰减表达式对测得的 $R(T)$ 进行拟合，可以直接计算出环腔的衰减时间常数 τ 和该功率下的光子对产率 α，进而算出产率系数 a 与亮度。此方法对 α 的估计不依赖 α 与进腔功率 P 的多项式拟合，因此较为简便，且对于 $\alpha \propto P$ 而无法进行拟合的过程，如 SPDC 等也适用；但是该方法在具有散射噪声时存在一定的

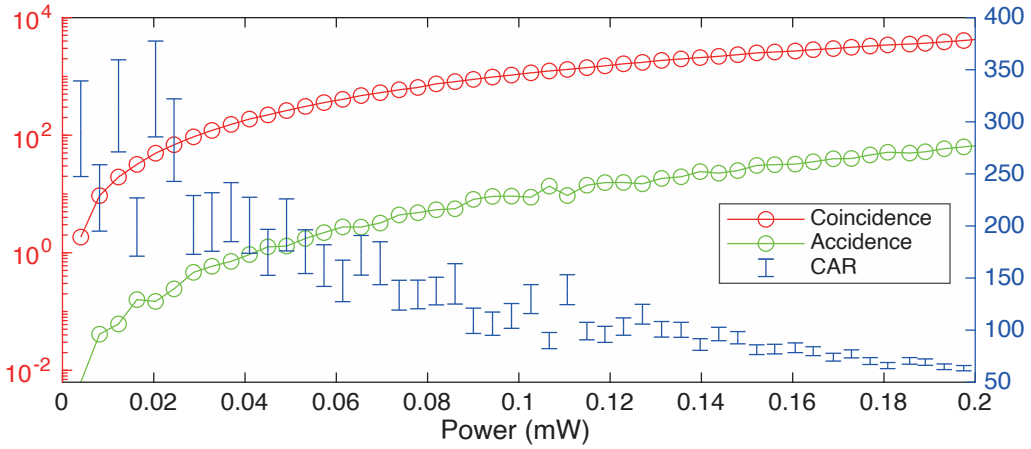


图 4-11　以半高全宽为定义的 CAR 与进腔功率的关系。在功率很小时，由于偶然符合较小，故 errorbar 较大。

误差，因而在前文的亮度估算中没有采用。对于 SPDC 等过程，产生的光子对频率距离泵浦激光足够远，在收集光子对的通道里不存在拉曼噪声，故通过 CAR 拟合计算产率较为常见。

第 5 章　集成量子光源的二阶关联性质表征

量子光源产生的光子对，一方面可以基于预报方案，制备预报单光子源。另一方面，可以构建双光子纠缠态，并结合无源器件，进一步构建基于多光子纠缠的光量子调控线路。这两方面应用，都需要对光源的性质进行有针对性的表征。对于前者，需要评估其单光子性；对于后者，需要表征光子对的纯度。

我们关注的这两方面性质，都可以通过对二阶关联函数 $g^{(2)}(0)$ 的测量来表征，本章将围绕这一部分内容展开。第一部分，我们简单介绍二阶关联函数的定义、基本性质和实验测量方法。第二部分，我们首先介绍预报单光子源的构建方法，并基于此介绍此光源二阶关联函数的测量方法，并介绍结果。第三部分，将介绍光源纯度的定义和意义，在此基础上给出二阶关联函数与纯度关联较为详细的推导，最后介绍纯度表征的结果，并给出分析。

5.1　二阶关联函数

二阶关联函数是衡量光源性质的重要指标，对于经典光源，我们定义其二阶关联函数为

$$g^{(2)}(\tau)=\frac{\langle I(t+\tau)I(t)\rangle}{\langle I(t)\rangle\langle I(t+\tau)\rangle}, \tag{5-1}$$

为了实现光源与其自身的光强关联测量，实验上往往利用分束器对待测光场进行分束，并对分束后的一路加入与 τ 相应的延迟。随后，对两束光分别用 PD 探测光强，并取二者乘积。对于 1:1 的分光比（容易证明对任意分光比均成立），两路探测到的光强分别为 $I_1(t)=I(t-\tau)/2$、$I_2(t)=I(t)/2$，因此上式可以转化为

$$g^{(2)}(\tau)=\frac{\langle I_1(t)I_2(t)\rangle}{\langle I_1(t)\rangle\langle I_2(t)\rangle}, \tag{5-2}$$

即两路光强乘积的均值比上两路光强均值的乘积，由柯西不等式易知 $g^{(2)}(\tau)\geqslant 1$。

对于量子光场，对光强的测量即对光子数的测量。当光源的平均光子数趋于 0 时，该测量结果仅存在两种情况，即光子的有和无。此时，两路光强乘积非 0 等价于两路中均存在光子，即光子符合事件。由量子光学的基本理论[90]，在 t 和 $t+\tau$ 时刻同时看到光子的符合事件发生概率为 $p=\langle\psi|a^{\dagger}(t)a^{\dagger}(t+\tau)a(t)a(\tau)|\psi\rangle$，因此可以得到光源二阶关联的量子版本定义

$$g^{(2)}(\tau)=\frac{\langle a^{\dagger}(t)a^{\dagger}(t+\tau)a(t+\tau)a(t)\rangle}{\langle a^{\dagger}(t)a(t)\rangle^2}, \tag{5-3}$$

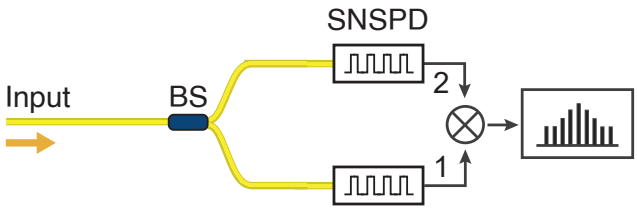


图 5-1　二阶关联函数的测量装置。

其中 a 和 $a^\dagger$ 是光场的湮灭和产生算符，τ 为时间延迟。由于不同时刻的产生湮灭算符彼此对易，因此 $\tau \gg 0$ 即延迟远大于光子波包相干时间时，上式分子分母相同，$g^{(2)}(\tau) \equiv 1$，因此我们主要讨论 $\tau = 0$ 的情况，此时

$$g^{(2)}(0) = \frac{\langle a^\dagger a^\dagger a a \rangle}{\langle a^\dagger a \rangle^2}. \tag{5-4}$$

对于相干态，由于它是湮灭算符 a 的本征态，因此容易证明 $g^{(2)}(0) = 1$。对于单光子态 $|n = 1\rangle$，有

$$g^{(2)}(0) = \frac{\langle a^\dagger a(a^\dagger a - 1)\rangle}{\langle a^\dagger a \rangle^2} = \frac{\langle n(n-1)\rangle}{\langle n \rangle^2} = 0. \tag{5-5}$$

对于热态 $\rho \propto \sum_k p^k |k\rangle\langle k|$，因此容易计算 $\langle n^2 \rangle = 2\bar{n}^2 + \bar{n}$，容易计算 $g^{(2)}(0) = 2$。因此，$g^{(2)}(0)$ 可以很好地反应光源的光子统计性质。

实验中对量子光源二阶关联性质测量可通过如图 5-1 装置完成。待测态进入 1:1 分束器分成两路，然后分别接入单光子探测器进行单路和符合计数测量，由符合计数直方图可以读出不同延迟量 τ 下的符合计数。由前文所述，Time Tagger 将时间轴离散化为一系列时间窗格（bin），探测器在每个 bin 中进行一次测量；因此对于每个 bin，$\langle a^\dagger a \rangle$ 为探测到单路计数的概率，$\langle a^\dagger a^\dagger a a \rangle$ 为探测到符合计数的概率。

设每秒钟所包含时间窗口的数量为 M，通道 1 与通道 2 的单路计数分别 n_1，n_2，符合计数为 n_{12}，则单个 bin 中，探测到两个单路计数的概率分别为 $P_1 = n_1/M$、$P_2 = n_2/M$，探测到符合计数的概率为 $P_{12} = n_{12}/M$，因此

$$g^{(2)}(0) = \frac{P_{12}}{P_1 P_2} = \frac{n_{12}/M}{(n_1/M)(n_2/M)} = \frac{M n_{12}}{n_1 n_2}. \tag{5-6}$$

注意到，最右式中的变量已完全为实验可测量。

5.2　预报单光子源的单光子性表征

基于哈密顿量 (2-45)，从真空态出发，可以给出自发四波混频的末态。令 $\gamma = re^{i\theta}$，于是演化的末态为[91]

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\cosh r}\sum_{n=0}^{\infty} e^{in\theta}\tanh^n r\,|n,n\rangle. \tag{5-7}$$

弱泵浦条件下，$\tanh r \ll 1$，因此上式可以近似看作

$$|\psi\rangle \approx |0,0\rangle + \sqrt{p}|1,1\rangle. \tag{5-8}$$

态 (5-8) 表明腔内光子成对产生，如果探测器测到 i 光子的存在，则 s 模式中一定存在且仅存在一个光子。

实验上可以通过上述方式制备单光子态，称为预报单光子源（heralded single-photon source）。预报单光子源可以进一步通过复用方式，构建确定性单光子源。具体而言，可以构建 N 个全同预报单光子源，根据 i 光子端探测器响应情况，通过主动光开关将其对应 s 光子输入主线路。此时，预报概率就从 p 提升至了 $1-(1-p)^N$。

由于 SFWM 过程不可避免会产生的多对光子激发，以及非线性散射噪声，实验所得预报单光子源并非严格的单光子源。实验中通常利用二阶关联函数 $g^{(2)}(\tau)$ 对光源的单光子性进行定量评估[92]。但由于该单光子源是通过预报事件后选择出的，其二阶关联测量要进行相应调整。

预报二阶关联（$g_{\mathrm{h}}^{(2)}(\tau)$）的测量基于图 5-2 所示的装置，其中通道 1 作为 trigger 信号，仅探测在通道 1 有光子的情况下，通道 2 和通道 3 的计数情况。此时，式 (5-6) 转化为条件概率，即

$$g_{\mathrm{h}}^{(2)}(0) = \frac{P_{123}/P_1}{(P_{12}/P_1)(P_{13}/P_1)} = \frac{P_1P_{123}}{P_{12}P_{13}} = \frac{n_1n_{123}}{n_{12}n_{13}}, \tag{5-9}$$

其中 n_{123} 为三体符合事件的计数率。

在有预报的情况下，若忽略多对激发和噪声，则 Ilder 路为确定的单光子态，此

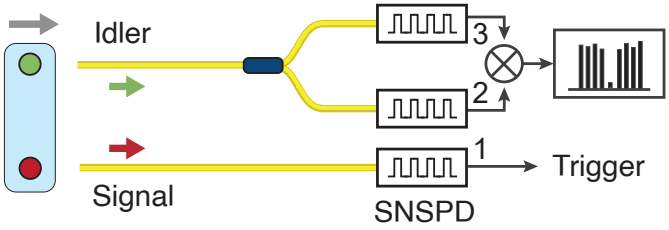


图 5-2　预报二阶关联的测量装置。量子光源产生的光子对，其一直接进入单光子探测器，作为预报信号。泵浦功率较小时，预报信号产生意味着另一路为单光子态，此时测量的二阶关联函数能够反映光源的单光子性。

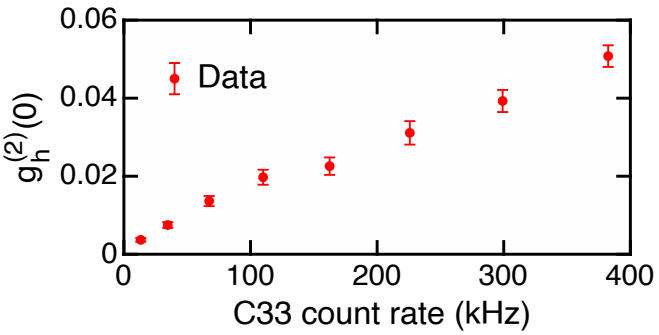


图 5-3　预报二阶关联的测量结果。

时通道 2 和通道 3 不会出现符合计数，$n_{123} \to 0$。因此，$g_{\mathrm{h}}^{(2)}(0)$ 越低，说明预报单光子源的性质越好；降低泵浦功率也可以压低 $g_{\mathrm{h}}^{(2)}(0)$。

对于本实验所用的环腔量子光源，我们在 $\Delta t = 5.6$ ns 的符合窗口下，以 C33 光子作为 trigger，对 $C37$ 通道的 $g_{\mathrm{h}}^{(2)}(0)$ 进行测量，结果如图 5-3 所示。在 C33 光子的计数率为 13.3 kHz 时，我们测得了 $g_{\mathrm{h}}^{(2)}(0) = 0.0037(5)$，此时的进腔功率为 $P = 40\ \mu$W。

5.3　光源的纯度

式 (5-8) 所给出的 SFWM 过程末态为理想情况，实际实验中，由于泵浦激光的光谱宽度、环腔共振线的展宽及群速度匹配情况等原因，双光子态可以更一般地表示为

$$|\psi\rangle = |0,0\rangle + p\int \mathrm{d}\omega_{\mathrm{s}}\mathrm{d}\omega_{\mathrm{i}}\Phi(\omega_{\mathrm{s}},\omega_{\mathrm{i}})a_{\mathrm{s}}^{\dagger}a_{\mathrm{i}}^{\dagger}|0,0\rangle. \tag{5-10}$$

其中，$\Phi(\omega_{\mathrm{s}},\omega_{\mathrm{i}})$ 描述了实际 SFWM 过程产生光子对在频率上的关联情况。例如在窄线宽激光泵浦下，光子对由于能量守恒条件的约束，在频率上存在强关联，即 $\omega_{\mathrm{s}} + \omega_{\mathrm{i}} = 2\omega_{\mathrm{p}}$。而当我们利用该光子对的其它自由度（包括偏振、路径等）进行多光子干涉，而不关心其频率上存在的纠缠时，光子对会随机坍缩至若干频率组合的混合态。混合态中的不同成分，在频率上可分，因此不具有全同性，多光子干涉可见度为 0。因此消除光子对在频率上的纠缠，对于多光子干涉实验至关重要。

5.3.1　纯度的定义

一个理想的关联光谱函数应当满足 $\Phi(\omega_{\mathrm{s}},\omega_{\mathrm{i}}) = \psi(\omega_{\mathrm{s}})\phi(\omega_{\mathrm{i}})$，即可分离性。对于任意关联光谱振幅 $\Phi(\omega_{\mathrm{s}},\omega_{\mathrm{i}})$，工作[93] 中提出了一种对其可分离性的度量方法。一般而言，$\Phi(\omega_{\mathrm{s}},\omega_{\mathrm{i}})$ 可以被表示为

$$\Phi(\omega_{\mathrm{s}},\omega_{\mathrm{i}}) = \sum_n \sqrt{\lambda_n}\psi_n(\omega_{\mathrm{s}})\phi_n(\omega_{\mathrm{i}}) \tag{5-11}$$

其中 $\{\psi_n(\omega_\mathrm{s})\}$ 和 $\{\phi_n(\omega_\mathrm{i})\}$ 为 s 光和 i 光在频域下的正交基矢，λ_n 是分解系数，表示每个基矢的权重，为非负实数且满足 $\sum_n \lambda_n = 1$。分解系数 λ_n 和基矢 $\{\psi_n(\omega_\mathrm{s})\}$ 和 $\{\phi_n(\omega_\mathrm{i})\}$ 可以借助核函数转化为本征值的求解问题：令核函数为

$$K(\omega,\omega') = \int \Phi(\omega,\omega_2)\Phi^*(\omega',\omega_2)d\omega_2, \tag{5-12}$$

由基底的正交性可以推导出

$$K(\omega,\omega') = \sum_i \lambda_i\psi_i(\omega)\psi_i(\omega'), \tag{5-13}$$

因此

$$\int K(\omega,\omega')\psi_n(\omega')d\omega' = \lambda_n\psi_n(\omega), \tag{5-14}$$

这等价于 $\psi_n(\omega)$ 与 λ_n 是 $K(\omega,\omega')$ 的本征态和本征值。同样的方式可以解出 $\phi_n(\omega)$。

基于以上推导，可以定义关联光谱的纯度为

$$p = \sum_n \lambda_n^2. \tag{5-15}$$

由于 λ_n 为非负实数，我们有

$$\sum_n \lambda_n^2 \leqslant (\sum_n \lambda_n)^2 = 1, \tag{5-16}$$

因此当且仅当某一个本征值为 1，其他均为 0 时，纯度 $p = 1$，此时 $\Phi(\omega_\mathrm{s},\omega_\mathrm{i}) = \psi(\omega_\mathrm{s})\phi(\omega_\mathrm{i})$ 为可分离态。随着分解成分的增加，p 逐渐下降。

5.3.2　基于二阶关联的纯度测量

关联光谱振幅 $\Phi(\omega_\mathrm{s},\omega_\mathrm{i})$ 包含相位信息，无法实验上准确测量。尽管有工作通过测量不同光子对频率组合的符合计数，推测 $\Phi(\omega_\mathrm{s},\omega_\mathrm{i})$ 并计算纯度，但此处均假设相位 $\theta(\omega_\mathrm{s},\omega_\mathrm{i})$ 与频率无关。尽管如此，A. Christ 等人提出了一种实验上极为简便的精确评估光子对光源纯度的方法[94]。设环腔光源制备出的不完美光子态为多种双模压缩态的直积，求迹后可得

$$\rho_k = \frac{1}{\cosh^2(r_k)}\sum_{n=0}^{\infty}\tanh^{2n}(r_k)|n_k\rangle\langle n_k|, \tag{5-17}$$

即在不探测 Signal 路的情况下，Idler 路会坍缩成为热态。由于探测器不能分辨来自不同频率模式的光子，故将 Idler 路输入图 5-1 所示的装置进行二阶关联测量，可得

$$g^{(2)}(0) = \frac{\langle :(\sum_k \hat{a}_k^\dagger\hat{a}_k)^2: \rangle}{\langle \sum_k \hat{a}_k^\dagger\hat{a}_k\rangle^2}, \tag{5-18}$$

其中 $\langle : : \rangle$ 表示将其中的算符调整为正规序，上式的分子和分母容易计算

$$\langle \sum_k \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k \rangle^2 = \bar{n}^2 = \left(\sum_k \sinh^2 r_k \right)^2, \tag{5-19a}$$

$$\begin{aligned} \left\langle : (\sum_k \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k)^2 : \right\rangle &= \sum_k \langle \hat{n}_k^2 - \hat{n}_k \rangle + 2 \sum_{j \neq k} \langle \hat{n}_j \rangle \langle \hat{n}_k \rangle \\ &= 2 \sum_k \bar{n}^2 + 2 \sum_{j \neq k} \bar{n}_j \bar{n}_k \\ &= \sum_k \sinh^4 r_k + \left(\sum_k \sinh^2 r_k \right)^2 . \end{aligned} \tag{5-19b}$$

因此，

$$g^{(2)}(0) = 1 + \frac{\sum_k \sinh^4 r_k}{\left(\sum_k \sinh^2 r_k \right)^2}. \tag{5-20}$$

在泵浦功率较小时，$r_k^2 \propto \lambda_k$，因此

$$g^{(2)}(0) - 1 \approx \frac{\sum_k \lambda_k^2}{(\sum_k \lambda_k)^2} = p, \tag{5-21}$$

为泵浦光源的纯度。

5.3.3　测量结果与讨论

我们对 C37 光子进行了二阶关联测量，测量结果如图 5-4所示。可以看出，$g^{(2)}(\tau)$ 在远离零延迟时接近 1，而在零延迟附近接近 2，与前文的理论推导一致。在零延迟处，我们得到 $g^{(2)}(0) = 1.942(14)$，这意味着若想实现高纯度只能打开很小的符合窗口。

事实上，由于泵浦光为单频激光，且 SFWM 过程满足能量守恒条件，所产生的光子对必然满足频率反关联，对应的关联光谱近似为反 45 度的直线。在此情况下，要想获得高纯度的光子对，要么使用窄带滤波片截取一小段方形光谱[95]，要

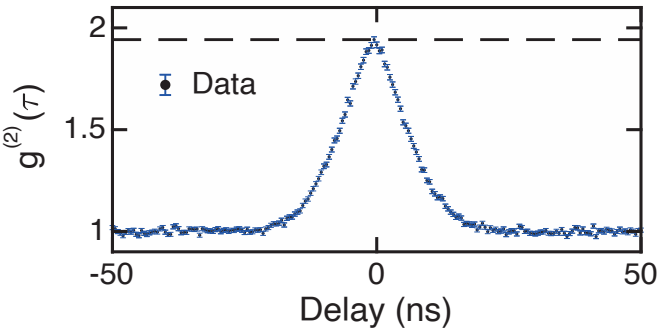


图 5-4　C37 光子的二阶关联测量

么打开很小的符合窗口[96]。这两种方法都不可避免会带来严重的效率损失。因此，基于此光源构建多光子调控系统，可采用双重干涉的方法[97]，或使用参数匹配的脉冲光作为泵浦光源[98]，提升多光子干涉的可见度。这部分超出了本论文所做工作的范畴，但在未来工作中，我们将基于后一种方法对此量子光源进行优化。

第 6 章　纠缠态的构建与表征

基于环腔的量子光源不仅可以作为单光子源使用，也可用于构建能量-时间纠缠态，用于量子纠缠分发等。纠缠态质量可通过双光子干涉曲线可见度来评估，本章内容将围绕这一部分实验展开，主要内容概述如下：第一节介绍量子纠缠态和量子干涉，给出基于环腔量子光源，构建能量时间纠缠态并对其双光子干涉曲线进行测量的方法；第二节介绍实验装置，特别是对大臂长差 Franson 干涉仪的锁相方法；第三节介绍实验测试结果。

6.1　量子纠缠态

6.1.1　量子态与量子比特

量子力学中，孤立量子体系的确定性状态称作**纯态**。纯态一般能与一个赋予了内积的复矢量空间产生关联，这个复矢量空间叫做 Hilbert 空间。值得注意的是，孤立量子系统定义较为宽泛，在物理层面实现时，可借助原子或分子中电子能级、超导线路的量子化电流，或单光子的偏振状态。

量子信息领域最为关注的体系，其 Hilbert 空间维度为 2，叫做二能级体系，它是最简单且最具代表性的量子系统。空间维度为 2 表明，该体系能够由两个相互正交的基矢展开，记为 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 来表示这组基矢。如此一来，任意二能级体系的状态便能够记作

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle. \tag{6-1}$$

其中，α 和 β 是复参数，并且满足 $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$。像上述这般定义的二能级态，称为量子比特（qubit）。

量子比特是众多量子信息处理任务的基本单元，但与经典比特不同，量子比特能够处于叠加态 (式 6-1)，它是量子体系与经典体系最为显著的差异所在。因此，我们难以运用契合日常经验的语言去描述量子态的特性，这种特性往往体现在测量的概率性方面。为了说明叠加态与经典概率的差别，首先引入投影测量，其测量算符可以写成

$$\mathcal{M} = |\phi\rangle\langle\phi|, \tag{6-2}$$

其中 $|\phi\rangle = \gamma|0\rangle + \delta|1\rangle$。对态 $|\psi\rangle$ 做 $\mathcal{M}$ 投影测量可以有成功和失败两种结果。若

投影成功，测量后的量子态成为 $|\phi\rangle$，概率为

$$P = \mathrm{tr}\left[\mathcal{M}^\dagger \mathcal{M}|\psi\rangle\langle\psi|\right] = |\langle\phi|\psi\rangle|^2 . \tag{6-3}$$

若投影失败，则量子态消失。

在此基础上，我们可以明确给出叠加态与经典概率混合的区别。以叠加态 $|\psi\rangle = (|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$ 与 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 的等概率经典混合为例。选取 $|\phi\rangle = (|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$ 所对应的投影测量，对于叠加态 $|\psi\rangle$ 容易计算投影成功概率为 1。而对于 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 投影成功概率为 0.5，因此二者等概率混合投影成功的概率也为 0.5。

从以上例子可以看出，纯态与多个纯态的概率混合（称为**混合态**）在测量上的性质有本质不同，这种不同的根源在于量子干涉。为了能够在数学上同时描述二者，可引入密度算符

$$\rho = \sum_i p_i |\psi_i\rangle\langle\psi_i|, \tag{6-4}$$

它表示该量子态是由纯态 $|\psi_i\rangle$ 以概率 p_i 混合而成。对于量子态 ρ，对其进行投影测量 $\mathcal{M}$ 的成功概率为

$$P = \mathrm{tr}\left[\mathcal{M}^\dagger \mathcal{M}\rho\right] . \tag{6-5}$$

6.1.2　量子纠缠

一个实际量子信息系统往往包含多个量子比特，为复合态，用数学语言描述即为张量积。设 V 和 W 分别为 m 和 n 维 Hilbert 空间，态 $|v\rangle \in V$ 以及 $|w\rangle \in W$，二者张量积写成 $|v\rangle \otimes |w\rangle$，它存在的 Hilbert 空间是直积空间 $V \otimes W$，维度为 $m \times n$。作为例子，一个包含两个量子比特的系统，其纯态可以一般性的表述为

$$|\psi\rangle_{12} = \alpha|0\rangle_1|0\rangle_2 + \beta|0\rangle_1|1\rangle_2 + \gamma|1\rangle_1|0\rangle_2 + \delta|1\rangle_1|1\rangle_2, \tag{6-6}$$

上式为了方便忽略了张量积符号。如果态 $|\psi\rangle_{12}$ 可以写成 $|\psi\rangle_{12} = |\phi_1\rangle_1 \otimes |\phi_2\rangle_2$，称为可分离态；否则称为纠缠态。纠缠态最典型的代表是四个 Bell 态

$$\begin{aligned} |\varphi^\pm\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle|0\rangle \pm |1\rangle|1\rangle\right), \\ |\psi^\pm\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle|1\rangle \pm |1\rangle|0\rangle\right). \end{aligned} \tag{6-7}$$

纠缠态本质上就是多粒子的叠加态，因此其中也能够展现出量子干涉的特性。以态 $|\varphi^+\rangle$ 为例，若将其向量子态 $|\phi\rangle = |\phi\rangle_1|\phi\rangle_2$ 投影，其中 $|\phi\rangle = (|0\rangle + e^{i\phi}|1\rangle)/\sqrt{2}$，投影成功的概率为

$$P = |\langle\phi|\psi\rangle|^2 = \frac{1}{4}(1 + \cos 2\phi), \tag{6-8}$$

从中可见，概率的波动周期为 π 而不是 2π，这正是纠缠态在量子干涉中的重要特性。

6.1.3　Franson 干涉仪与能量 - 时间纠缠

在实验中，我们利用环腔量子光源，基于能量-时间自由度构建纠缠态。具体而言，光子对的产生可以在任意时刻发生，因此光子对在更早的时刻产生 $|e_\mathrm{s}\rangle|e_\mathrm{i}\rangle$ 或晚时间产生 $|l_\mathrm{s}\rangle|l_\mathrm{i}\rangle$ 处于叠加态，其中 e/l 代表光子产生时间早（early）/晚（late），下标 s/i 代表 s 光/i 光。因此，我们得到了具有能量 - 时间纠缠的光子态 $(|\Psi\rangle = (|e_\mathrm{s}\rangle|e_\mathrm{i}\rangle + |l_\mathrm{s}\rangle|l_\mathrm{i}\rangle)/\sqrt{2}$。为了实现量子干涉测量，需要将“早产生”与“晚产生”两种状态重合于分束器发生干涉，从而完成向 $|\phi\rangle = (|0\rangle + e^{i\phi}|1\rangle)/\sqrt{2}$ 基矢投影。

这里，我们利用非等臂 Mach-Zenhder 干涉仪（Franson 干涉仪）来实现上述功能。如图 6-1 所示，早产生的光子走长臂与晚产生的光子走短臂两种情况可以同时到达探测器。由于 s 光和 i 光共用干涉仪，因此对于两个光子而言，共享相同的干涉仪臂长差。在波长量级改变干涉仪两臂的臂长差，在忽略高阶色散的情况下（将在后文详细说明），即可在 $|\phi_\mathrm{s}\rangle|\phi_\mathrm{i}\rangle$ 基矢下对态 $|\Psi\rangle$ 进行测量，其中 $|\phi_\mathrm{s/i}\rangle = (|e_\mathrm{s/i}\rangle + e^{i\phi}|l_\mathrm{s/i}\rangle)/\sqrt{2}$。

以下给出一种更定量的分析。设干涉仪两臂的臂长差对应于 ΔT 的时间延迟，则能量 – 时间纠缠态可以被表示为

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[a_\mathrm{s}^\dagger(t-\Delta T)a_\mathrm{i}^\dagger(t-\Delta T) + a_\mathrm{s}^\dagger(t)a_\mathrm{i}^\dagger(t)\right]|0\rangle, \tag{6-9}$$

其中 $a_\mathrm{s/i}^\dagger$ 是路径模式 a 的产生算符，t 是 SNSPD 所检测的光子到达时间。由图 6-1 可知，在经过第一个 BS 之后，光子态变为

$$\begin{aligned}|\Psi\rangle \to \mathcal{N}\Big(&\left[a_\mathrm{i}^\dagger(t-\Delta T) + ib_\mathrm{i}^\dagger(t-\Delta T)\right]\left[a_\mathrm{s}^\dagger(t-\Delta T) + ib_\mathrm{s}^\dagger(t-\Delta T)\right]\\ &+ \left[a_\mathrm{i}^\dagger(t) + ib_\mathrm{i}^\dagger(t)\right]\left[a_\mathrm{s}^\dagger(t) + ib_\mathrm{s}^\dagger(t)\right]\Big)|0\rangle,\end{aligned}$$

其中 $\mathcal{N}$ 为归一化因子。随后，b 通过光纤链路被添加一额外延迟 ΔT. 同时，b 中还加入了一个相位调制器，引入额外相位 ϕ。最后，b 在第二个分束器上与 a 干涉。相位调制器和分束器共同作用，引入变换为 $a^\dagger \to a^\dagger/\sqrt{2}$ 和 $b^\dagger \to ie^{i\phi}a^\dagger/\sqrt{2}$. 因此，

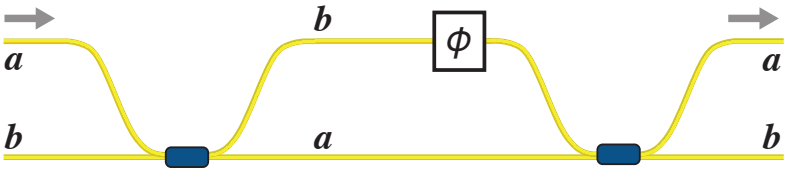


图 6-1　Franson 干涉仪示意图。

光场通过以上过程进一步变换为

$$|\Psi\rangle \to \mathcal{N}\Big(\Big[a_{\mathrm{i}}^{\dagger}(t-\Delta T)-e^{i\phi}a_{\mathrm{i}}^{\dagger}(t)\Big]\Big[a_{\mathrm{s}}^{\dagger}(t-\Delta T)-e^{i\phi}a_{\mathrm{s}}^{\dagger}(t)\Big] + \Big[a_{\mathrm{i}}^{\dagger}(t)-e^{i\phi}a_{\mathrm{i}}^{\dagger}(t+\Delta T)\Big]\Big[a_{\mathrm{s}}^{\dagger}(t)-e^{i\phi}a_{\mathrm{s}}^{\dagger}(t+\Delta T)\Big]\Big)|0\rangle.$$

$$= \mathcal{N}\Big(\Big[a_{\mathrm{i}}^{\dagger}(t-\Delta T)a_{\mathrm{s}}^{\dagger}(t-\Delta T)+a_{\mathrm{i}}^{\dagger}(t)a_{\mathrm{s}}^{\dagger}(t)+e^{i2\phi}a_{\mathrm{i}}^{\dagger}(t)a_{\mathrm{s}}^{\dagger}(t)+e^{i2\phi}a_{\mathrm{i}}^{\dagger}(t+\Delta T)a_{\mathrm{s}}^{\dagger}(t+\Delta T)\Big] - e^{i\phi}\Big[a_{\mathrm{s}}^{\dagger}(t)a_{\mathrm{i}}^{\dagger}(t-\Delta T)+a_{\mathrm{s}}^{\dagger}(t-\Delta T)a_{\mathrm{i}}^{\dagger}(t)+a_{\mathrm{s}}^{\dagger}(t)a_{\mathrm{i}}^{\dagger}(t+\Delta T)+a_{\mathrm{s}}^{\dagger}(t)a_{\mathrm{i}}^{\dagger}(t+\Delta T)\Big]\Big)|0\rangle.$$

SNSPD 和符合测量无法对 $a_{\mathrm{s}}^{\dagger}(t)a_{\mathrm{i}}^{\dagger}(t-\Delta T)$ 和 $a_{\mathrm{s}}^{\dagger}(t+\Delta T)a_{\mathrm{i}}^{\dagger}(t)$ 进行区分，因此时间差固定的双光子符合事件具有全同性，因此，在 Franson 干涉仪的输出端，我们得到的末态为

$$|\Psi\rangle \to \mathcal{N}\Big[(1+e^{i2\phi})a_{\mathrm{i}}^{\dagger}(t)a_{\mathrm{s}}^{\dagger}(t)-e^{i\phi}a_{\mathrm{i}}^{\dagger}(t)a_{\mathrm{s}}^{\dagger}(t-\Delta T)-e^{i\phi}a_{\mathrm{i}}^{\dagger}(t)a_{\mathrm{s}}^{\dagger}(t+\Delta T)\Big]|0\rangle. \quad (6\text{-}10)$$

式 (6-10) 中包括三项，分别对应三种不同 s 和 i 光延迟的符合事件，对应于三个符合峰。其中第一项对应于中间的符合峰，其大小与相位 ϕ 有关，能够反映量子干涉现象。由式 (6-10) 可得中心符合峰高满足

$$h \propto |(1+e^{i2\phi})|^2/(|e^{i\phi}|^2) = 2+2\cos 2\phi. \quad (6\text{-}11)$$

值得注意的是，臂长差对应的时间延迟 ΔT 需要大于光子波包的相干时间，否则会出现三个峰交叠的情况，影响干涉结果的测量。

6.2　非等臂干涉仪的锁相

光纤非平衡马赫-曾德尔干涉仪（Unbalanced Mach-Zehnder Interferometer, UMZI）因其紧凑性、机械稳定性及低成本，广泛应用于量子通信、精密测量及基础物理研究。为实现不同的基矢下的叠加态测量，需要将干涉仪两臂的相位差调整至所需的任何值，并在该值保持长时间的稳定。然而，光纤干涉仪的相位易受环境扰动（如温度漂移、机械振动）影响，导致干涉稳定性下降。

图 6-2 展示了不进行锁相时测得的双光子干涉曲线。干涉仪中相位的变化由温度变化引发，相位的具体值由经典光标定。此时，相位无法精确控制，且无法在某一相位下进行长时间稳定测量。图中干涉曲线被扭曲，并由于无法累积足量数据，测量误差大，此时拟合结果并不可靠。因此，利用主动反馈系统维持相位稳定，对光纤干涉仪及其应用至关重要。

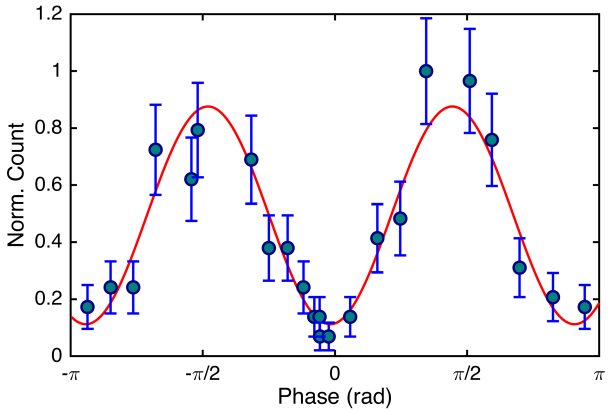


图 6-2　不进行锁相时的双光子干涉曲线，横轴的相位由经典光标定。

6.2.1　锁相原理

如图 6-3a 所示，UMZI 由两个 1:1 的分束器（beam splitter，BS）组成，在端口 1 处进入的光在第一个 BS 处被分束，并在第二个 BS 处发生干涉。两个 BS 之间的光纤即为 UMZI 的两臂，两臂之间长度差 L 会带来相位差 Φ；第二个 BS 处的干涉结果由 Φ 直接决定。设入射激光的频率为 f_0，则

$$\Phi = 2\pi n L f_0/c = \pi L/L_\pi, \tag{6-12}$$

其中 n 为光纤的折射率，c 为真空中的光速，$L_\pi = c/(2nf_0)$ 为改变 pi 相位所需的光纤长度变化。由于 L 远大于 $2L_\pi$，而真正影响干涉结果的是其扣除掉若干 $2L_\pi$ 后的剩余部分，故可设 $L = L_0 + \Delta L$，其中 $L_0 = 2NL_\pi$，$|\Delta L| \leqslant L_\pi$。因此相位差可以被表示为

$$\Phi = 2\pi N + \pi \Delta L/L_\pi. \tag{6-13}$$

对于端口 3，其归一化的出射光强可以表示为 $I_3 = (1 + \sin\Phi)/2 = \left[1 + \sin\left(\pi\Delta L/L_\pi\right)\right]/2$，对应于图 6-3b 中的实线。由于分束器的幺正性[99]，I_4 相对于 I_3 存在 π 相位偏移，故端口 4 的归一化输出光强为 $I_4 = [1 - \sin(\pi\Delta L/L_\pi)]/2$，对应图 6-3b 中的虚线。

实验中，锁定 Φ 等效于稳定 ΔL。然而，由于环境热扰动和机械扰动，$\Delta L(t)$ 会随时间波动，故需通过反馈回路稳定 $\Delta L(t)$。一种自然的方法是利用端口 4 处的光强作为干涉相位的反馈指标。例如，稳定 $\Delta L = 0$ 需将 I_4 锁定在设定值 $I_0 = 0.5$（图 6-3b 星号处）。为此，光电探测器（photon detector，PD）输出的电信号被输入比例-积分-微分（proportional-integral-derivative，PID）模块，生成基于误差信号 $\epsilon = I_4(\Delta L) - I_0$ 的控制信号。该信号驱动光纤拉伸器（fiber strecher，FS）调节下臂长度，最终维持 $\epsilon = 0$，即 $\Delta L = 0$。若需要将 ΔL 锁定至其他值，则调整锁相点

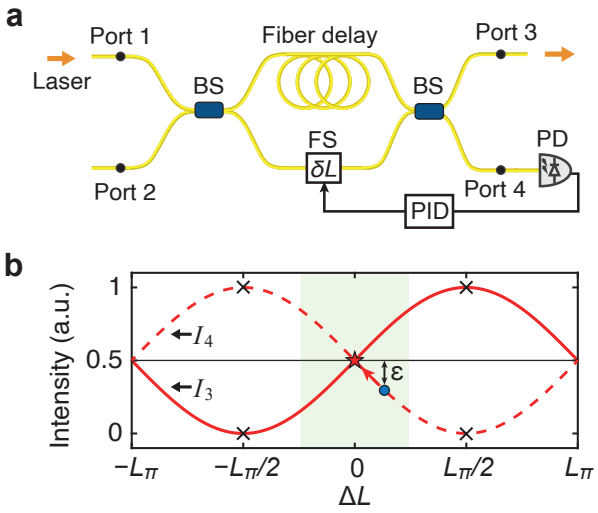


图 6-3　UMZI 的传统锁相方式示意图 a.UMZI 锁相装置。FS（fiber stretcher），光纤拉伸器；可以对其中一臂的光纤长度施加 δL 的改变量。b. 曲线：端口 3、4 处的归一化输出光强与 ΔL 的关系。以锁相参考设定为 $I_4 = 0.5$ 为例：当环境扰动引起 ΔL 改变时，I_4 偏移设定点，产生误差信号 ϵ；PID 模块根据误差信号驱动。

（I_4 的设定值）至相应的值。

然而，上述方法存在两个局限性：

（1）负反馈范围受限：仅当 $I_4(\Delta L)$ 单调时，PID 输出可实现负反馈。如图 6-3b 中绿色阴影区所示，若 PID 在 $I_4(\Delta L)$ 负斜率区启用负反馈，则在正斜率区反馈会失效。

（2）存在相位锁定盲区：在 $\Delta L \sim \pm L_\pi/2$ 附近（图 6-3b 中叉号附近），$I_4(\Delta L)$ 对 ΔL 变化不敏感，导致相位锁定失效。

为解决这些问题，现有方案往往使用不同频率分量输入 UMZI 进行锁相[100,101]，例如通过正弦相位调制生成边带[100]，或通过声光调制器（AOM）频移部分激光[101]。不同频率分量的干涉条纹被测量后经微控制器处理，生成数字控制信号驱动光纤拉伸器。然而，这些方法依赖复杂的数字信号处理与模数转换。

本文提出了一种更简捷的相位锁定方法，其原理如下：为将 ΔL 稳定至任意值，无需改变设定值 $I_0 = 0.5$，而是将激光频率从 f_0 偏移至 $f_0 - \Delta f$。此时，式 (6-12) 变为：

$$\begin{aligned} \Phi(f_0 - \Delta f) &= 2\pi n(L_0 + \Delta L)(f_0 - \Delta f)/c \\ &= 2\pi n(L_0 + \Delta L - L_{\text{offs}})f_0/c \\ &= 2\pi N + \pi(\Delta L - L_{\text{offs}})/L_\pi. \end{aligned} \tag{6-14}$$

其中 $L_{\text{offs}} = L_0\Delta f/f_0$，且忽略二阶小项 $\Delta f\,\Delta L$。式 (6-14) 表明，频率偏移 $-\Delta f$ 会使 $I_4(\Delta L)$ 曲线平移 L_{offs}（图 6-4 红 → 蓝曲线）。因此，将 I_4 锁定在 $I_0 = 0.5$ 时，ΔL

被锁定为 L_{offs}（图 6-4 红 → 蓝星号）。由于蓝曲线在蓝星号处的斜率与红曲线在红星号处相同，反馈效率保持不变。同时，较大的 L_0 可实现 $L_{\text{offs}} = L_0\Delta f/f_0 > 2L_\pi$。因此，通过调节 Δf，ΔL 可被锁定在 $[-L_\pi, L_\pi]$ 内的任意值，即：

$$\Delta L = \frac{L_0}{f_0}\Delta f. \tag{6-15}$$

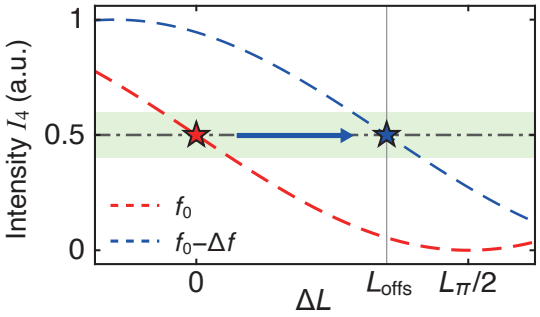


图 6-4　基于移频方案的任意相位锁相原理图。将用于锁频的激光移频 $-\Delta f$，会使得代表 $I_4(\Delta L)$ 的曲线平移 L_{offs}，即由红线变成蓝线。在这种情况下，将 I_4 保持锁定在 0.5 意味着将 ΔL 锁定在 L_{offs}。因此通过调节 Δf 即可将 ΔL 锁定在 $[-L_\pi, L_\pi]$ 内的任意值。

6.2.2　锁相方案的实验验证

为了验证上述方法可以进行任意相位的锁相，我们搭建了如图 6-5 所示的实验装置。连续波（CW）激光分为两路，探针路为水平（H）偏振光，输入 UMZI 端口 1；锁相路为垂直（V）偏振光，经 AOM 频移后输入端口 2。处于两种正交偏振的光不会发生干涉，因此 H 光与 V 光共享同一套在 UMZI，但传输相互独立。由于 AOM 的透过率在不同的移频量 Δf 下有区别，我们事先标定其透过率随移频量的变化关系，然后在 AOM 后端串联一个可变光衰减器（variable optical attenuator，VOA）进行相应的补偿，使得端口 2 处的光强在移频过程中不会受到影响。

UMZI 由两个 1:1 的 BS 构成，其中一臂中串联光纤跳线以产生臂长差。实验上，UMZI 的臂长差越大，受到环境干扰时产生的相位变化就越大，锁相越困难。然而，所选取的臂长差不能过小。一方面，对于双光子干涉实验，所需臂长差对应的延迟需要大于光子波包的相干时间，以确保零延迟处的峰与左右两侧的峰不发生重合。另一方面，臂长差越小意味着 UMZI 的 FSR 越大，若 FSR 超过 AOM 所能实现的移频范围，则不能实现 $[0, 2\pi]$ 完整周期的调节。本实验中 UMZI 的臂长差为 $L_0 \approx 14$ m，对应约 69 ns 的时间延迟，FSR 约为 14.5 MHz，满足上述条件。

除激光器与探测器外，整套装置被放置于双层泡沫箱中，以隔绝振动与温度涨落带来的高频相位波动（图 6-5b ）。端口 4 输出的 H 和 V 偏振光经偏振分束器

（PBS）分离后由 PD 探测。UMZI 的总插入损耗（含 FS）小于 0.2 dB。

实验中使用的光纤拉伸器基于压电陶瓷环与足够长度的光纤裸纤制备而成（图 6-5c ）。压电陶瓷环在内外两侧感受到电压差时会发生径向形变，该形变量随电压差线性变化，因此可以将光纤紧密缠绕在压电陶瓷环上，在电压信号的驱动下实现对光纤的拉伸；该形变随电信号的响应速度很快，因此可以实现较大的响应带宽。为了放大这种形变的拉伸效果，我们在直径约 5 cm 的陶瓷环上缠绕了 25 圈光纤裸纤。缠绕时，我们制备了一个类似风筝线柄的转轴，将压电陶瓷环套转轴上，然后转动转轴使得光纤均匀、紧密地缠绕在其上。每缠绕约 5 圈后，滴加少量紫外胶并使用紫外灯短暂照射固化；完成 25 圈缠绕后，对缠绕的光纤整体均匀涂胶并长时间照射使其彻底固化。之后，在陶瓷环内外侧分别焊接信号线的正负极，使其能在 PID 模块的驱动下工作。定义改变 π 相位所需的电压为半波电压 V_π，则 PID 的输出电压范围应大于 V_π。输出电压不足会导致调节范围受限，实验上可以通过以下方式解决：添加电压放大器以放大施加于陶瓷环的电压，或者增加光纤缠绕圈以降低 V_π。

实验中，逐步增加 AOM 调制频率 Δf（78.0→92.5 MHz），使 L_{offs} 线性增长。

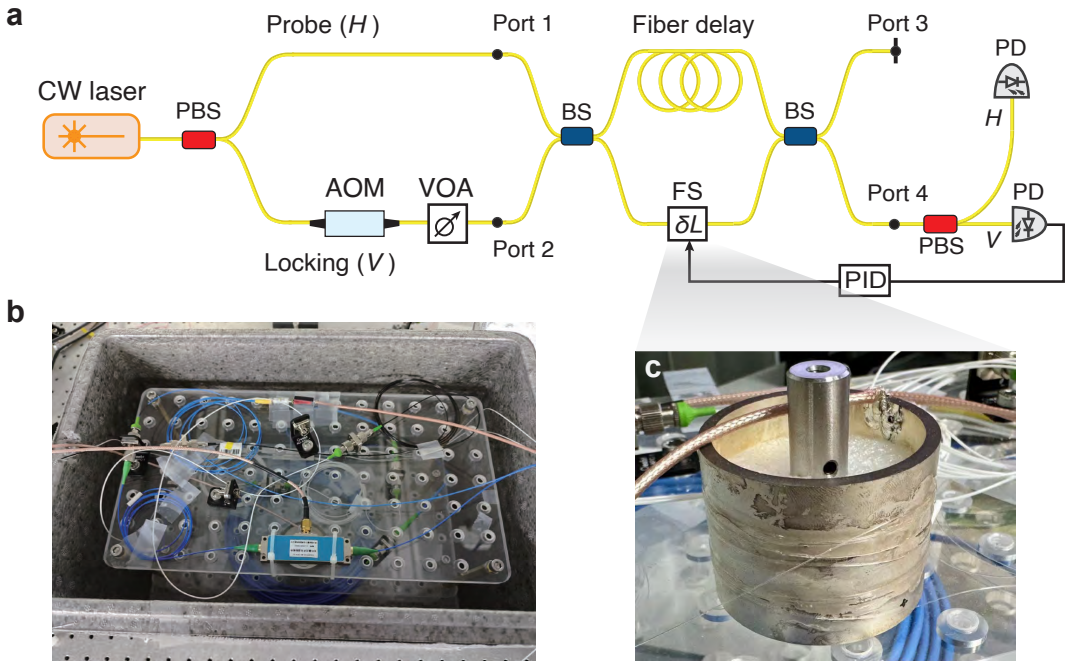


图 6-5　锁相方案的实验验证装置。a. 实验装置图。b. 装置实拍图。为了实现装置的集成化，我们搭建了由两层亚克力板组成的结构，并由带有螺纹的铜柱进行支撑与固定。包括 PBS 在内的整套光纤光路被固定于亚克力板上，并被整体放置于隔震隔热的泡沫箱中，箱子两侧有开口允许光纤和信号线通过。c. 光纤拉伸器实拍图。光纤裸纤在压电陶瓷环上缠绕约 25 圈左右，并由紫外胶固化。压电陶瓷环上焊接有信号线，以连接驱动模块。由于压电陶瓷环易碎，内部填充泡沫材料后固定至在亚克力板上。

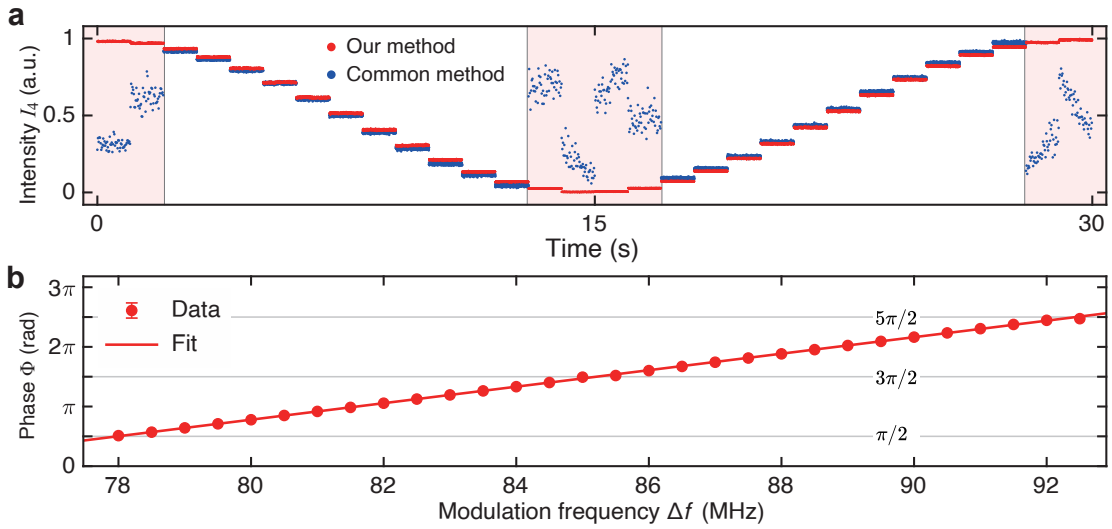


图 6-6　锁相方案验证实验的测量结果。a. 两种锁相方案结果的对比。红点：AOM 调制频率逐步递增，在每一步下对 $I_{4,H}$ 进行了 1 s 的测量；蓝点：移除 AOM 与 VOA，按传统锁相方案，以改变锁相点的方式调节 $I_{4,H}$。我们的方法（红点）可以将 $I_{4,H}$ 锁定到任意值，而传统方法（蓝点）在 $I_{4,H}$ 接近 0 或 1 的区域（红色阴影区）会由于 PID 系统失锁而导致光强随机漂移。每步的测量结果包含 4×10^6 个数据点，考虑到视觉效果，在绘制时降低了采样率。b. 对 $I_{4,H}$ 使用反三角函数重构相位，得到不同 Δf 下对应的相位 Φ。通过拟合直线可以看出，当调制频率 Δf 线性变化时，对应的相位也随之线性变化。数据点包含 errorbar，但尺寸很小而被点覆盖。

锁定 V 偏振光强 $I_{4,V}=0.5$（即 $\Phi(f_0-\Delta f)=2\pi N$），可实现 $\Delta L=L_{\text{offs}}$。此时，H 偏振光强 $I_{4,H}$ 随 $\Phi(f_0)=2\pi N+\pi\Delta L/L_\pi$ 呈正弦变化，即

$$\begin{cases} I_{4,V} &= 0.5, \\ I_{4,H} &= \frac{1}{2}\left[1+\sin\left(\frac{\pi L_0}{L_\pi f_0}\Delta f\right)\right]. \end{cases} \tag{6-16}$$

我们控制 Δf 以分立的值步进，共 30 步。在每一步下对 $I_{4,H}$ 进行了 1 s 的测量，测量结果如图 6-6a 中的红点所示，与式 (6-16) 相吻合。为了对比我们的锁相方法相较于传统方法的优势，我们移除了 AOM 与 VOA，使用传统方法进行锁相，并逐步改变锁相点测量 $I_{4,H}$ 处的光强，以蓝点绘制于图 6-6a 中。每步的测量结果包含 4×10^6 个数据点，考虑到视觉效果，在绘制时降低了采样率。

容易看出，我们的方法可以将 $I_{4,H}$ 锁定到任意值，而传统方法在 $I_{4,H}$ 接近 0 或 1 的区域（红色阴影区）会由于 PID 系统失效而导致光强随机漂移。此外，在使用传统方法进行测量时，改变锁相点后意味着图 6-3b 中曲线的斜率发生变化，原先的 PID 参数不再是最优参数，因此每次测量都需要重新调节 PID 参数。综上所述，我们的方法具有充分的优越性。

对式 (6-16) 进行变换可得

$$\Phi=\arcsin(2I_{4,H}-1) \tag{6-17}$$

从而利用测得的 $I_{4,H}$ 重建相位 $\boldsymbol{\Phi}$。图 6-6a 中每一步都可以获取 4×10^6 个 $\boldsymbol{\Phi}$ 值，基于此可以算出每一步的平均值 $\overline{\boldsymbol{\Phi}}$ 与方差 $\sigma(\boldsymbol{\Phi})$。图 6-6b 展示了 $\boldsymbol{\Phi}$ 随 Δf 的变化关系以及拟合情况，拟合结果呈线性，与式 (6-15) 相吻合。通过对 30 步的 $\sigma(\boldsymbol{\Phi})$ 进行平均，可以估算得出锁相精度为 $\overline{\sigma}=0.0087$ rad。

在实际的实验中，装置会受到各种扰动的影响，包括温度漂移与实验室内的各类振动。为了优化实验装置、隔绝扰动，我们将输出给 PID 模块的 PD 信号分出一路并输入示波器，对锁相信号进行傅里叶分析，以观察各种频率的噪声信号。实际实验中，空调气流、人员走动等因素均会引起一些大范围的低频漂移，我们通过添加泡沫箱层数、添加海绵垫、优化 PID 参数等手段逐一克服。然而，一些幅度很小的高频抖动难以消除，这是由于压电陶瓷环本身存在共振频率 ν_0，在扰动接近该频率时，会引发陶瓷环共振，从而进一步放大扰动，形成正反馈。对于本实验中使用的陶瓷环，其直径约为 5 cm，共振频率约为 22 kHz，因此我们添加了低通滤波器以消除共振带来的影响。图 6-7 展示了该陶瓷环的共振频率测试图，可以看出其图谱具有 45.4 μs 的周期，对应的共振频率为 22 kHz。由于 ν_0 与陶瓷环的半径成反比，因此采用更小的陶瓷环可以提升反馈的频率上限。

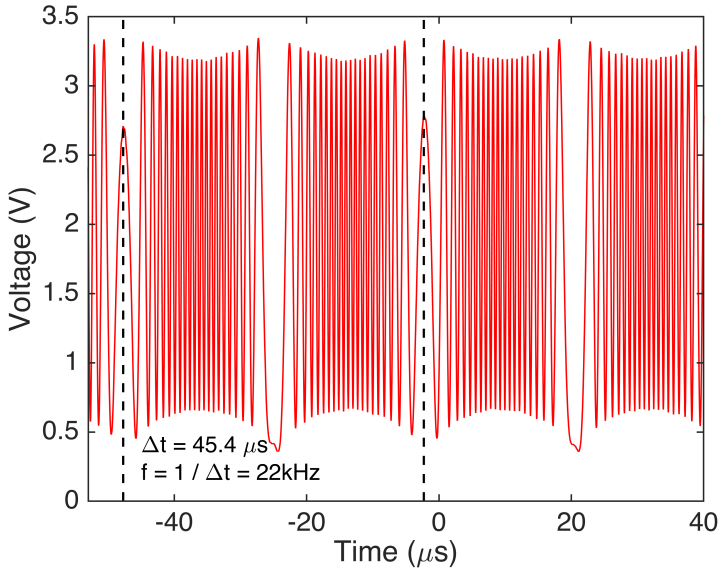


图 6-7　压电陶瓷环的共振响应图谱。

6.2.3　锁相稳定性的评估

为了评估我们的锁相方案在不同时间尺度下的稳定性，我们对其进行了 Allan 方差表征。

Allan 方差（Allan Variance，AVAR）是一种用于量化时域信号中噪声特性的统

计方法，通过计算信号在相邻时间区间内的差分方差来表征噪声的时域特性，被广泛应用于分析陀螺仪、加速度计等惯性传感器的随机误差特性。其核心思想是将噪声分解为不同时间尺度下的随机过程，并量化各噪声成分对系统稳定性的影响。

具体而言，对于一组采样时间为 τ_0 的离散信号序列，Allan 方差定义为：

$$\sigma^2(\tau) = \frac{1}{2(N-1)} \sum_{k=1}^{N-1} \left(\bar{y}_{k+1} - \bar{y}_k\right)^2 \tag{6-18}$$

其中，$\tau = m\tau_0$ 为分析时间窗口，$\bar{y}_k$ 为第 k 个时间窗口内的信号平均值。

时间窗口位置的选取分为非重叠与重叠两种。如图 6-8a 所示，对于一串间隔为 t_0 的数据点，要估计其在 $3t_0$ 时间尺度上的误差特性，可以将每 3 个采样点分为一组，然后将组内的平均值两两做差后取平方平均值，即

$$\sigma^2(3t_0) = \frac{1}{2M_1}[(\bar{y}_4 - \bar{y}_1)^2 + (\bar{y}_7 - \bar{y}_4)^2 + \cdots], \tag{6-19}$$

其中 M_1 为中括号内所包含的项数。

对于数据点较少的情况，可以采取图 6-8b 的方式进行重叠采样。

$$\sigma^2(3t_0) = \frac{1}{2M_2}[(\bar{y}_2 - \bar{y}_1)^2 + (\bar{y}_3 - \bar{y}_2)^2 + \cdots], \tag{6-20}$$

其中 M_2 为中括号内所包含的项数。

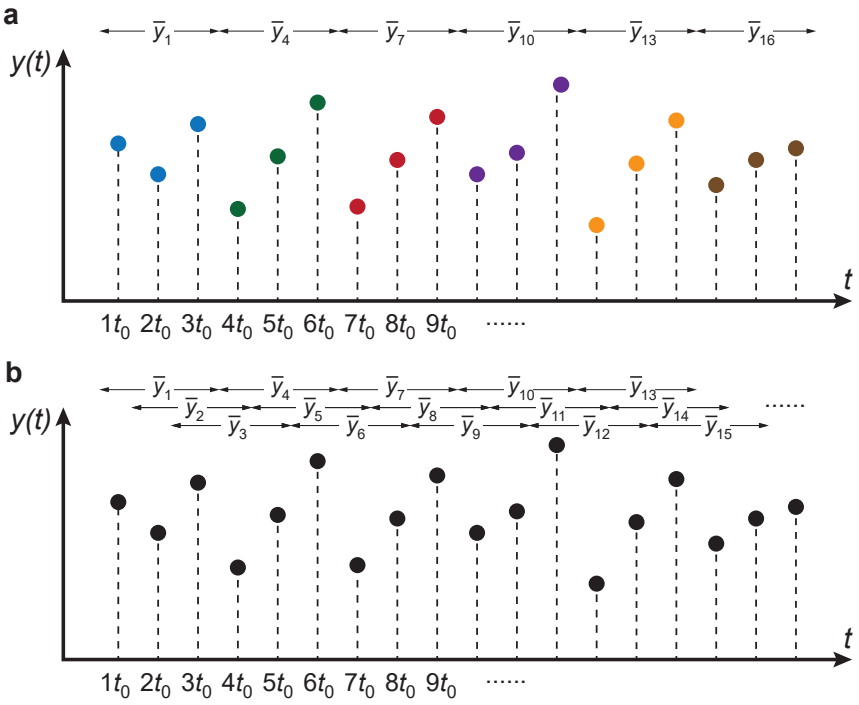


图 6-8　Allan 方差计算原理示意图。a. 非重叠采样。b. 重叠采样。

记 Allan 方差的平方根为 $\sigma(\tau)$，即 Allan 偏差（Allan deviation）。由于 Allan 偏差与数据本身的量纲一致，故往往更加常用。

实验上，我们对锁定相位 $\boldsymbol{\Phi}$ 的 Allan 偏差进行了测量，积分时间覆盖 10^{-3} 至 10^{3} s 范围。对于小于 0.4 s 的积分时间，$I_{4,H}$ 数据由采样率为 100 kHz 的光电探测器记录；对于超过 0.4 s 的积分时间，则采用采样率为 10 Hz 的功率计记录。图 6-9 展示了实验测得的 Allan 偏差曲线。由于测量时间有限，对于积分时间较长的点，我们采用重叠采样的方法计算其 Allan 偏差。实验中，我们分别将 $\boldsymbol{\Phi}$ 锁定于 1.59π、1.84π、2.00π、2.18π 和 2.43π（图 6-9 顶图）进行测量，以评估装置在不同相位下的稳相能力。

在 40 秒积分时间下，Allan 偏差达到 $5.4\times10^{-5}\pi$ rad（图 6-9 底图）。该值对应 $\boldsymbol{\Delta L}$ 的稳定精度为 $\lambda_0/37000$，其中 $\lambda_0 = c/f_0$ 为真空中的光波长。例如，当 $\lambda_0 = 1550$ nm 时，$\lambda_0/37000 = 0.042$ nm。

值得注意的是，当相位接近干涉极大值（如 $\boldsymbol{\Phi} = 2.43\pi$）时，Allan 偏差显著高于其他相位点。这是由于探测器与功率计具有一个正比于光强的探测噪声，在

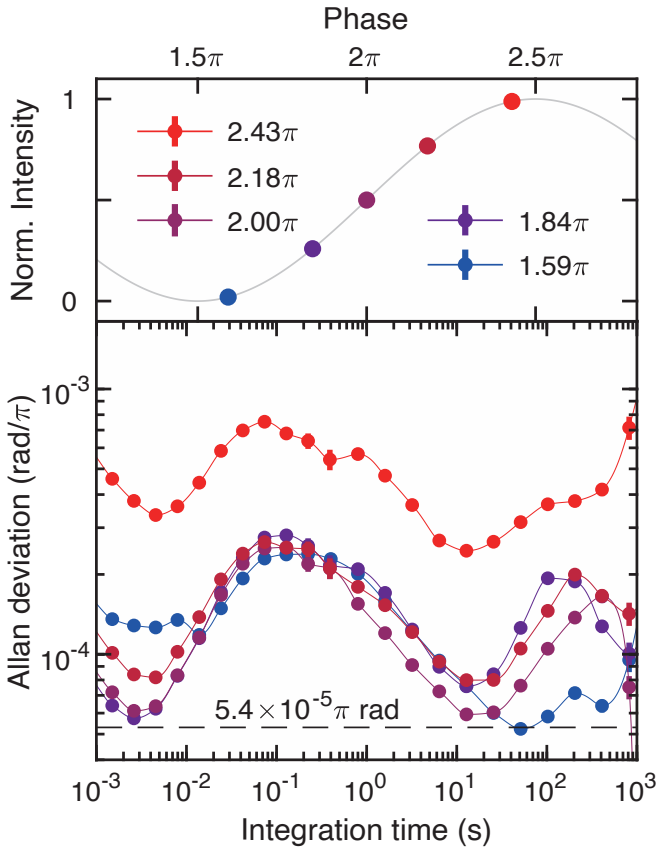


图 6-9　基于 Allan 偏差的锁相稳定度表征。顶图：所选取的锁相相位。底图：10^{-3} 至 10^{3} s 积分时间下，不同相位的 Allan 偏差测试结果；图中包含 errorbar，但对于大多数数据其尺寸均小于数据点。

干涉极大值附近（$\Phi \sim 2.5\pi$）这种噪声具有更大的绝对值；而由式 (6-17) 可知，在干涉极大值附近，很小的光强抖动都代表着相位的剧烈变化，因此最终导致相位误差显著增加。

6.3　双光子干涉实验

在完成锁相干涉仪的测试后，我们将环腔量子光源产生的纠缠光子对输入干涉仪进行双光子干涉实验。实验装置如图 6-9 所示。在 SFWM 过程中，光子对的产生满足能量守恒，$2f_{\mathrm{p}} = f_{\mathrm{s}} + f_{\mathrm{i}}$，其中 $f_{\mathrm{p/s/i}}$ 分别为泵浦光、s 光与 i 光。

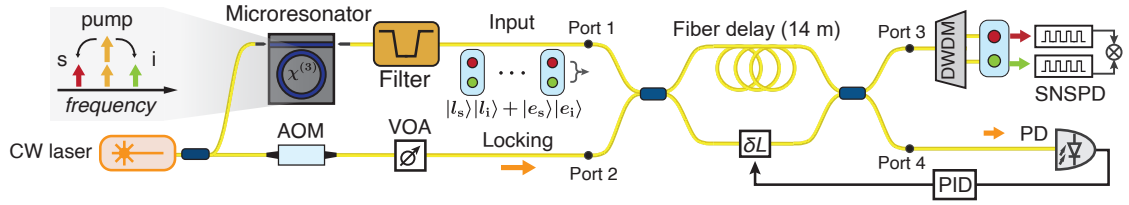


图 6-10　双光子干涉对比度表征的实验装置。量子光源输出的光子对从干涉仪端口 1 输入，出口 3 经过 DWDM 将 s 光和 i 光分开，进入探测器。输入端口 2 输入泵浦激光，其干涉结果从出口 4 输出，进入 PD 用于锁相。

由 6.1.3 节可知，利用 UMZI 可以实现在不同基矢下，对叠加态 $(|\Psi\rangle = (|e_{\mathrm{s}}\rangle|e_{\mathrm{i}}\rangle + |l_{\mathrm{s}}\rangle|l_{\mathrm{i}}\rangle)/\sqrt{2}$ 进行测量。在经过相同臂长差的 UMZI 时，不同频率的光所感受到的相位不同，因此测量基矢应写作

$$(|\phi_{\mathrm{s/i}}\rangle = (|e_{\mathrm{s/i}}\rangle + e^{i\Phi(f_{\mathrm{s/i}})}|l_{\mathrm{s/i}}\rangle)/\sqrt{2}, \tag{6-21}$$

其中 $\Phi(f_{\mathrm{s/i}})$ 为 s/i 光所感受到的相位。因此 $|\Psi\rangle$ 被投影到 $|\phi_{\mathrm{s}}\rangle|\phi_{\mathrm{i}}\rangle$ 态的概率为

$$\begin{aligned} p &= \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\cos\left[\Phi(f_{\mathrm{s}}) + \Phi(f_{\mathrm{i}})\right], \\ &= \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\cos 2\Phi(f_{\mathrm{p}}). \end{aligned} \tag{6-22}$$

这里我们运用了 $\Phi(f_{\mathrm{s}})+\Phi(f_{\mathrm{i}}) = 2\Phi(f_{\mathrm{p}})$，这是由于 $\Phi(f) = 2\pi nLf/c$ 且 $2f_{\mathrm{p}} = f_{\mathrm{s}}+f_{\mathrm{i}}$。

实验上，将泵浦激光分为两路，一路用于泵浦微环并产生 SFWM 光子对，另一路用于锁相的参考激光，通过改变 AOM 的调制频率 Δf 以实现 $\Phi(f_{\mathrm{p}})$ 在 $[-\pi, \pi]$ 范围内的锁定。光子对在离开 UMZI 的端口 3 后进入 DWDM 滤波，然后分别进入 SNSPD 的两个通道。SNSPD 测量光子的到达时间，由计数器进行时间关联分析并得到符合计数分布直方图。

如图 6-11 所示，符合计数直方图包含三个峰，左右两侧的峰高保持不变；中间的峰高由 UMZI 中的相位决定，在 $\Phi(f_{\mathrm{p}}) = 0$ 时干涉相长，在 $\Phi(f_{\mathrm{p}}) = \pi/2$ 时干涉相消，高度在两侧峰的 0-4 倍之间变化。左右两侧的峰距离中心约为 70 ns，这

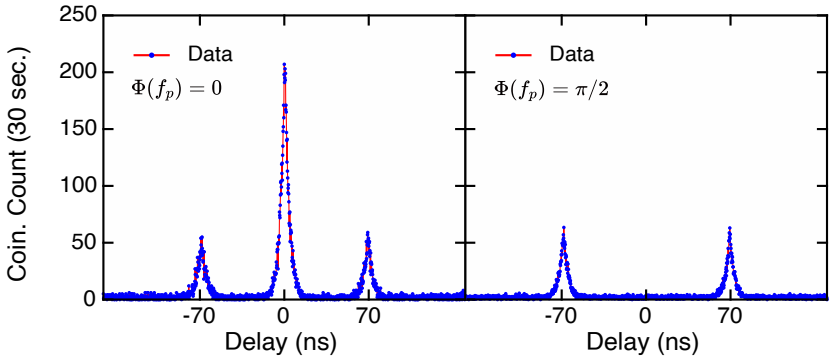


图 6-11　不同相位下的符合计数直方图。

对应于约 14 m 光纤臂长差带来的延迟，这与式 (6-10) 中的推导相吻合。

记 n_{cc} 为 5.6 ns 符合窗口下中间的峰内所包含的符合计数。逐步改变 AOM 的调制频率 Δf 可以使得 $\Phi(f_{\mathrm{p}})$ 实现 $[-\pi,\pi]$ 内的变化，n_{cc} 会随着 $\Phi(f_{\mathrm{p}})$ 呈余弦振荡。图 6-12 展示了不同相位下的 n_{cc} 测量结果，其中蓝点为数据点，errorbar 均缩小至点内；红线为拟合曲线，其拟合形式为：

$$n_{\mathrm{cc}} = 0.5N[1 + V\cos 2\Phi(f_{\mathrm{p}})]. \tag{6-23}$$

横轴为经典光所感受到的相位 $\Phi(f_{\mathrm{p}})$，由 AOM 移频量 Δf 推算得出（利用式 6-15）。可以看出，在干涉仪的经典相位改变一个周期时，双光子干涉结果振荡了两个周期，这是量子力学原理的直接证明[102]。

我们把不扣除本底时，通过拟合干涉曲线得到的 V 称为原始干涉可见度（raw visibility）。在理想情况下，$V \to 1$；实际情况下偶然符合会带来本底噪声，使得中间的符合窗口内即使在干涉相消时依然有计数。我们也常用 n_{cc} 大值与小值的比，即干涉对比度 $R = (1+V)/(1-V)$ 来描述干涉结果的好坏。极小值点处的符合计数略微变大，会使得 R 严重下降。

由于进腔功率越大，偶然符合占比越高，因此高干涉可见度需要在很低的功率

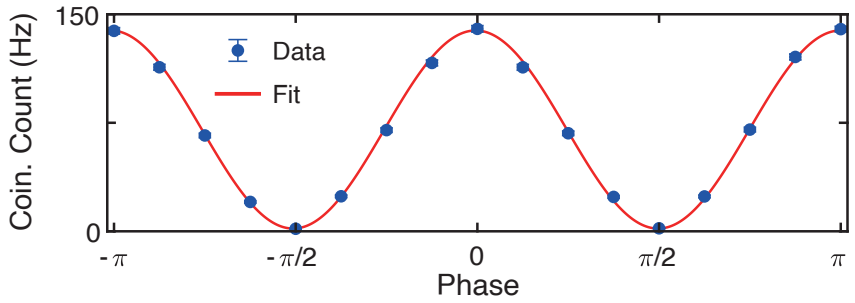


图 6-12　双光子干涉曲线。蓝点为数据点，errorbar 小于点的尺寸而被覆盖；红线为拟合曲线。横轴的相位为经典相位，由 AOM 移频量推算得出。

下进行测量。图 6-12 中的数据为进腔功率为 $P = 97\ \mu$W 时的测量结果，拟合得到的干涉可见度为 $V = 0.973(9)$，为同类型光源的最优水平之一。在这种程度的进腔功率下，只有延长计数时间才能累积足够的符合计数以减小 errorbar，这对整套装置的稳定性具有很高的要求。干涉极小值点附近的测量尤为困难。一方面，errorbar 正比于 $1/\sqrt{n_{\mathrm{cc}}}$，而极小值点处计数率很低，故需要累积更久才能压低 errorbar。另一方面，锁相装置不可避免会存在相位漂移，对于具有斜率的锁相点，相位向两个方向漂移会分别引起符合计数变大或变小，从而在一定程度上相抵消；但是在极小值点，无论哪个方向的漂移都会使得符合计数变大从而使干涉可见度变差。

扣除本底噪声后的干涉可见度可以体现 UMZI 本身的干涉效果。对于图 6-12 中的数据，我们在每个数据点对应的直方图中扣除其本底噪声后进行拟合，得到的干涉可见度为 $V = 0.995(9)$，即 $R = 400:1$。这证明了我们的锁相 UMZI 具有出色稳相能力，可以在较长的时间内保持很低的相位漂移。

结合超低损耗集成光波导[38,103,104]，以及集成化片上调制器（AOM[105–107]、EOM[108,109]、VOA[110] 等），本方法可进一步应用于集成光子芯片，构建片上的锁相干涉仪，推动片上光量子网络的发展。

总结与讨论

本人在硕士期间，参与超低损耗集成光学实验室的建设，并基于此实验平台，发展了一种高亮度、窄线宽集成量子光源，总结如下：

（1）参与发展用于集成光学器件基本性质表征的高精度矢量光谱分析仪，基于此构建的高精度矢量光谱分析装置，可以在 55.1 THz 的超大范围和 56 dB 的动态范围内，实现 471 kHz 的频率分辨率，为片上器件的大范围表征提供了重要技术支持。本人在此工作中主要参与光纤环腔相对频标稳定性的测试。

（2）构建高亮度、窄线宽集成量子光源。根据腔内自发四波混频过程对集成微腔的参数需求，设计满足需求的超低损耗氮化硅微环谐振腔。并参与搭建集成光量子调控平台，在此基础上发展了亮度表征方法，完善亮度表征的噪声模型，对环腔的亮度等性质进行了精确而全面的表征。该环腔的亮度达 1.17×10^{9} Hz/mW^2/GHz，为硅基量子光源的最高亮度；产生光子对的线宽为 25.9 MHz，为片上量子光源的最窄线宽，可以匹配原子的跃迁线；预报二阶关联低至 0.0037(5)，表明基于其构建的预报单光子源，性能为同类型光源的最佳水平；基于该光源构建的能量-时间纠缠态，双光子干涉可见度达到 0.973(9)，与集成量子光源最优水平一致。

（3）为了准确制备并表征能量-时间纠缠态，发展了一种锁相技术，可以对光纤 UMZI 实现任意相位的锁相。在此方法中，更改锁定相位通过 AOM 移频实现，不需要移动锁相点，可以保证 PID 反馈模块始终工作在最佳点位。基于此方法，本人在 14 m 臂长差的 UMZI 上实现了 $[0,2\pi]$ 范围内的任意相位锁相，锁相精度为 0.0087 rad；相位的 Allan 偏差在 40 s 的积分时间，低至 $5.4\times10^{-5}\pi$ rad，相当于将光纤臂长差锁定至 0.0042 nm。此装置，为环腔量子光源进行双光子干涉表征提供了有力支撑。

一方面，该集成量子光源的线宽与诸多原子跃迁线匹配，使得片上紧凑高效的光子-原子界面构建成为可能，对于基于量子中继器的量子互联网大规模部署具有重要意义。另一方面，该工作首次以实验宣示了工业级量产超低损耗氮化硅波导在集成光量子调控方面的巨大潜力，为大规模集成光量子信息调控的发展奠定了坚实基础。

尽管如此，上述氮化硅的片上光量子光源的成功构建，距离片上多光子调控距离尚远。回顾基于自由空间光学的多光子调控系统发展历程[18,111–116]，多光子调控能力的提升伴随着对系统的全面优化，这也为集成光量子调控系统的发展提

供了明确的方向。一方面，氮化硅微腔量子光源的纯度及自发非线性散射噪声等特性有待进一步优化，从而能够用于构建高效多光子调控线路；另一方面，目前氮化硅片上光路、芯片-光纤耦合以及后续的滤波系统均效率较低，亟待优化。正因为此，目前片上线路开展多光子调控实验，仅四光子的典型符合计数均不超过 1 Hz。在后续研究中，需要对包括光源纯度、噪声，耦合效率，链路效率等诸多重要系统指标进行全面优化。在此基础上，超低损耗氮化硅将切实提升片上光量子调控能力，推动领域向前发展。

参考文献

[1] DIRAC P A M. The quantum theory of the emission and absorption of radiation[J]. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character, 1927, 114(767): 243-265.

[2] FEYNMAN R P. Simulating physics with computers[J]. Int. J. Theor. Phys, 1982, 21(6/7).

[3] SHOR P W. Polynomial-time algorithms for prime factorization and discrete logarithms on a quantum computer[J]. SIAM review, 1999, 41(2): 303-332.

[4] GROVER L K. A fast quantum mechanical algorithm for database search[C]//Proceedings of the twenty-eighth annual ACM symposium on Theory of computing. 1996: 212-219.

[5] HARROW A W, HASSIDIM A, LLOYD S. Quantum algorithm for linear systems of equations [J]. Physical Review Letters, 2009, 103(15): 150502.

[6] BIAMONTE J, WITTEK P, PANCOTTI N, et al. Quantum machine learning[J]. Nature, 2017, 549(7671): 195-202.

[7] BENNETT C H, BRASSARD G. Quantum cryptography: Public key distribution and con tos5 [C]//Proceedings of the International Conference on Computers, Systems and Signal Processing. 1984: 175-179.

[8] EKERT A K. Quantum cryptography based on Bell’s theorem[J]. Physical Review Letters, 1991, 67(6): 661.

[9] BOUWMEESTER D, PAN J W, MATTLE K, et al. Experimental quantum teleportation[J]. Nature, 1997, 390(6660): 575-579.

[10] O’BRIEN J L, FURUSAWA A, VUČKOVIĆ J. Photonic quantum technologies[J]. Nature Photonics, 2009, 3(12): 687-695.

[11] BLOCH I. Quantum coherence and entanglement with ultracold atoms in optical lattices[J]. Nature, 2008, 453(7198): 1016-1022.

[12] HÄFFNER H, ROOS C F, BLATT R. Quantum computing with trapped ions[J]. Physics Reports, 2008, 469(4): 155-203.

[13] CLARKE J, WILHELM F K. Superconducting quantum bits[J]. Nature, 2008, 453(7198): 1031-1042.

[14] KANE B E. A silicon-based nuclear spin quantum computer[J]. Nature, 1998, 393(6681): 133-137.

[15] PAN J W, BOUWMEESTER D, WEINFURTER H, et al. Experimental Entanglement Swapping: Entangling Photons That Never Interacted[J]. Physical Review Letters, 1998, 80: 3891-3894.

[16] LU C Y, BROWNE D E, YANG T, et al. Demonstration of a compiled version of Shor’s quantum factoring algorithm using photonic qubits[J]. Physical Review Letters, 2007, 99(25): 250504.

[17] WANG P H, JARAMILLO-VILLEGAS J A, XUAN Y, et al. Intracavity characterization of micro-comb generation in the single-soliton regime[J]. Optics Express, 2016, 24(10): 10890-10897.

[18] ZHONG H S, LI Y, LI W, et al. 12-photon entanglement and scalable scattershot boson sampling with optimal entangled-photon pairs from parametric down-conversion[J]. Physical Review Letters, 2018, 121(25): 250505.

[19] WANG L, XIE W, THOURHOUT D V, et al. Nonlinear silicon nitride waveguides based on a PECVD deposition platform[J]. Optics Express, 2018, 26(8): 9645-9654.

[20] ZHONG H S, WANG H, DENG Y H, et al. Quantum computational advantage using photons [J]. Science, 2020, 370(6523): 1460-1463.

[21] PRESKILL J. Quantum computing in the NISQ era and beyond[J]. Quantum, 2018, 2: 79.

[22] MA C, WANG X, ANANT V, et al. Silicon photonic entangled photon-pair and heralded single photon generation with CAR > 12,000 and $g^{(2)}(0)$ < 0006[J]. Optics Express, 2017, 25(26): 32995.

[23] ZHAO J, MA C, RÜSING M, et al. High Quality Entangled Photon Pair Generation in Periodically Poled Thin-Film Lithium Niobate Waveguides[J]. Physical Review Letters, 2020, 124: 163603.

[24] GUO X, ZOU C L, SCHUCK C, et al. Parametric down-conversion photon-pair source on a nanophotonic chip[J]. Light: Science & Applications, 2017, 6(5): e16249-e16249.

[25] STEINER T J, CASTRO J E, CHANG L, et al. Ultrabright entangled-photon-pair generation from an al ga as-on-insulator microring resonator[J]. PRX Quantum, 2021, 2(1): 010337.

[26] LIN Q, AGRAWAL G P. Silicon waveguides for creating quantum-correlated photon pairs[J]. Optics Letters, 2006, 31(21): 3140-3142.

[27] ICHI HARADA K, TAKESUE H, FUKUDA H, et al. Generation of high-purity entangled photon pairs using silicon wire waveguide[J]. Optics Express, 2008, 16(25): 20368-20373.

[28] CLEMMEN S, HUY K P, BOGAERTS W, et al. Continuous wave photon pair generation in silicon-on-insulator waveguides and ring resonators[J]. Optics Express, 2009, 17(19): 16558.

[29] WANG J, PAESANI S, DING Y, et al. Multidimensional quantum entanglement with large-scale integrated optics[J]. Science, 2018, 360(6386): 285‑291.

[30] CHEN X, DENG Y, LIU S, et al. A generalized multipath delayed-choice experiment on a large-scale quantum nanophotonic chip[J]. Nature Communications, 2021, 12(1): 2712.

[31] LLEWELLYN D, DING Y, FARUQUE I I, et al. Chip-to-chip quantum teleportation and multi-photon entanglement in silicon[J]. Nature Physics, 2020, 16(2): 148-153.

[32] VIGLIAR C, PAESANI S, DING Y, et al. Error-protected qubits in a silicon photonic chip[J]. Nature Physics, 2021, 17(10): 1137-1143.

[33] BAO J, FU Z, PRAMANIK T, et al. Very-large-scale integrated quantum graph photonics[J]. Nature Photonics, 2023, 17: 573-581.

[34] ZHENG Y, ZHAI C, LIU D, et al. Multichip multidimensional quantum networks with entanglement retrievability[J]. Science, 2023, 381(6654): 221-226.

[35] PORCEL M A G, SCHEPERS F, EPPING J P, et al. Two-octave spanning supercontinuum generation in stoichiometric silicon nitride waveguides pumped at telecom wavelengths[J]. Optics Express, 2017, 25(2): 1542-1554.

[36] GYGER F, LIU J, YANG F, et al. Observation of Stimulated Brillouin Scattering in Silicon Nitride Integrated Waveguides[J]. Physical Review Letters, 2020, 124: 013902.

[37] PFEIFFER M H P, LIU J, RAJA A S, et al. Ultra-smooth silicon nitride waveguides based on the Damascene reflow process: fabrication and loss origins[J]. Optica, 2018, 5(7): 884-892.

[38] LIU J, HUANG G, WANG R N, et al. High-yield, wafer-scale fabrication of ultralow-loss, dispersion-engineered silicon nitride photonic circuits[J]. Nature Communications, 2021, 12 (1): 2236.

[39] YE Z, TWAYANA K, ANDREKSON P A, et al. High-Q Si3N4 microresonators based on a subtractive processing for Kerr nonlinear optics[J]. Optics Express, 2019, 27(24): 35719-35727.

[40] YE Z, JIA H, HUANG Z, et al. Foundry manufacturing of tight-confinement, dispersion-engineered, ultralow-loss silicon nitride photonic integrated circuits[J]. Photonics Research, 2023, 11(4): 558-568.

[41] SAMARA F, MARTIN A, AUTEBERT C, et al. High-rate photon pairs and sequential Time-Bin entanglement with Si3N4 microring resonators[J]. Optics Express, 2019, 27(14): 19309.

[42] SAMARA F, MARING N, MARTIN A, et al. Entanglement swapping between independent and asynchronous integrated photon-pair sources[J]. Quantum Science and Technology, 2021, 6(4): 045024.

[43] FAN Y, LYU C, YUAN C, et al. Multi-Wavelength Quantum Light Sources on Silicon Nitride Micro-Ring Chip[J]. Laser & Photonics Reviews, 2023: 2300172.

[44] JAHANBOZORGI M, YANG Z, SUN S, et al. Generation of squeezed quantum microcombs with silicon nitride integrated photonic circuits[J]. Optica, 2023, 10(8): 1100-1101.

[45] SUN S, HARRINGTON M W, TABATABAEI F, et al. Kerr optical frequency division with integrated photonics for stable microwave and mmWave generation[A]. 2024. arXiv: 2402.11772. https://arxiv.org/abs/2402.11772.

[46] JOSHI C, FARSI A, DUTT A, et al. Frequency-Domain Quantum Interference with Correlated Photons from an Integrated Microresonator[J]. Physical Review Letters, 2020, 124: 143601.

[47] LU H H, MYILSWAMY K V, BENNINK R S, et al. Bayesian tomography of high-dimensional on-chip biphoton frequency combs with randomized measurements[J]. Nature Communications, 2022, 13(1): 4338.

[48] JIA X, ZHAI C, ZHU X, et al. Continuous-variable multipartite entanglement in an integrated microcomb[J]. Nature, 2025, 639(8054): 329−336.

[49] ZHANG Y, MENOTTI M, TAN K, et al. Squeezed light from a nanophotonic molecule[J]. Nature Communications, 2021, 12(1): 2233.

[50] ALEXANDER K, BENYAMINI A, BLACK D, et al. A manufacturable platform for photonic quantum computing[J]. Nature, 2025.

[51] LUO Y H, SHI B, SUN W, et al. A wideband, high-resolution vector spectrum analyzer for integrated photonics[J]. Light: Science & Applications, 2024, 13: 83.

[52] CHEN R, LUO Y H, LONG J, et al. Ultralow-Loss Integrated Photonics Enables Bright, Narrowband, Photon-Pair Sources[J]. Physical Review Letters, 2024, 133: 083803.

[53] CHEN R, LUO Y H, LONG J, et al. Arbitrary-phase locking of fiber unbalanced Mach-Zehnder interferometers[J]. Phys. Rev. Appl., 2024, 22: 054051.

[54] JOANNOPOULOS J D, JOHNSON S G, WINN J N, et al. Molding the flow of light[J]. Princet. Univ. Press. Princeton, NJ [ua], 2008, 12.

[55] ÖZGÜN Ö, KUZUOĞLU M. MATLAB-based Finite Element Programming in Electromagnetic Modeling[M]. CRC Press, 2018.

[56] CHERCHI M, YLINEN S, HARJANNE M, et al. Dramatic size reduction of waveguide bends on a micron-scale silicon photonic platform[J]. Optics Express, 2013, 21(15): 17814-17823.

[57] FUJISAWA T, MAKINO S, SATO T, et al. Low-loss, compact, and fabrication-tolerant Si-wire 90° waveguide bend using clothoid and normal curves for large scale photonic integrated circuits[J]. Optics Express, 2017, 25(8): 9150-9159.

[58] VOGELBACHER F, NEVLACSIL S, SAGMEISTER M, et al. Analysis of silicon nitride partial Euler waveguide bends[J]. Optics Express, 2019, 27(22): 31394-31406.

[59] JI X, LIU J, HE J, et al. Compact, spatial-mode-interaction-free, ultralow-loss, nonlinear photonic integrated circuits[J]. Communications Physics, 2022, 5(1): 84.

[60] OKAWACHI Y, LAMONT M R E, LUKE K, et al. Bandwidth shaping of microresonator-based frequency combs via dispersion engineering[J]. Optics Letters, 2014, 39(12): 3535-3538.

[61] YI X, YANG Q F, YANG K Y, et al. Soliton frequency comb at microwave rates in a high-Q silica microresonator[J]. Optica, 2015, 2(12): 1078-1085.

[62] LIU D, XU H, TAN Y, et al. Silicon photonic filters[J]. Microwave and Optical Technology Letters, 2021, 63(9): 2252-2268.

[63] BRASCH V, GEISELMANN M, PFEIFFER M H P, et al. Bringing short-lived dissipative Kerr soliton states in microresonators into a steady state[J]. Optics Express, 2016, 24(25): 29312-29320.

[64] HERR T, BRASCH V, JOST J D, et al. Temporal solitons in optical microresonators[J]. Nature Photonics, 2013, 8: 145.

[65] GUO H, KARPOV M, LUCAS E, et al. Universal dynamics and deterministic switching of dissipative Kerr solitons in optical microresonators[J]. Nature Physics, 2017, 13(1): 94-102.

[66] LIU J, LUCAS E, RAJA A S, et al. Photonic microwave generation in the X- and K-band using integrated soliton microcombs[J]. Nature Photonics, 2020, 14(8): 486-491.

[67] LU X, MOILLE G, LI Q, et al. Efficient telecom-to-visible spectral translation through ultralow power nonlinear nanophotonics[J]. Nature Photonics, 2019, 13(9): 593-601.

[68] LUGIATO L A, LEFEVER R. Spatial Dissipative Structures in Passive Optical Systems[J]. Physical Review Letters, 1987, 58: 2209-2211.

[69] CARMON T, YANG L, VAHALA K J. Dynamical thermal behavior and thermal self-stability of microcavities[J]. Optics Express, 2004, 12(20): 4742-4750.

[70] GARDINER C W, COLLET M J. Input and output in damped quantum systems: Quantum stochastic differential equations and the master equation[J]. Physical Review A, 1985, 31(6): 3761-3774.

[71] SPILLANE S M, KIPPENBERG T J, PAINTER O J, et al. Ideality in a fiber-taper-coupled microresonator system for application to cavity quantum electrodynamics[J]. Physical Review Letters, 2003, 91: 043902.

[72] YANG L, DAI D, YANG B, et al. Characteristic analysis of tapered lens fibers for light focusing and butt-coupling to a silicon rib waveguide[J]. Appl. Opt., 2009, 48(4): 672-678.

[73] LI Q, EFTEKHAR A A, XIA Z, et al. Unified approach to mode splitting and scattering loss in high-Q whispering-gallery-mode microresonators[J]. Physical Review A, 2013, 88: 033816.

[74] BOYD R W. Nonlinear optics[M]. Academic press, 2020.

[75] OU Z Y, LU Y J. Cavity Enhanced Spontaneous Parametric Down-Conversion for the Prolongation of Correlation Time between Conjugate Photons[J]. Physical Review Letters, 1999, 83 (13): 2556-2559.

[76] KUMAR R R, RAEVSKAIA M, POGORETSKII V, et al. Entangled photon pair generation from an InP membrane micro-ring resonator[J]. Appl. Phys. Lett., 2019, 114(2): 021104.

[77] HELT L G, YANG Z, LISCIDINI M, et al. Spontaneous four-wave mixing in microring resonators[J]. Optics Letters, 2010, 35(18): 3006-3008.

[78] AZZINI S, GRASSANI D, STRAIN M J, et al. Ultra-low power generation of twin photons in a compact silicon ring resonator[J]. Optics Express, 2012, 20(21): 23100-23107.

[79] SKRYABIN N, ZHURAVITSKII S, DYAKONOV I, et al. Femtosecond-laser-written low-loss multiscan waveguides in fused silica[J]. Physical Review Applied, 2024, 22: 064079.

[80] LIU J, RAJA A S, PFEIFFER M H P, et al. Double inverse nanotapers for efficient light coupling to integrated photonic devices[J]. Optics Letters, 2018, 43(14): 3200-3203.

[81] AGHAEE RAD H, AINSWORTH T, ALEXANDER R N, et al. Scaling and networking a modular photonic quantum computer[J]. Nature, 2025, 638: 912–919.

[82] DIDDAMS S A, VAHALA K, UDEM T. Optical frequency combs: Coherently uniting the electromagnetic spectrum[J]. Science, 2020, 369(6501): eaay3676.

[83] CODDINGTON I, NEWBURY N, SWANN W. Dual-comb spectroscopy[J]. Optica, 2016, 3 (4): 414.

[84] YANG Q F, SHEN B, WANG H, et al. Vernier spectrometer using counterpropagating soliton microcombs[J]. Science, 2019, 363(6430): 965-968.

[85] DEL'HAYE P, ARCIZET O, GORODETSKY M L, et al. Frequency comb assisted diode laser spectroscopy for measurement of microcavity dispersion[J]. Nature Photonics, 2009, 3(9): 529-533.

[86] TWAYANA K, YE Z, ÓSKAR B. HELGASON, et al. Frequency-comb-calibrated swept-wavelength interferometry[J]. Optics Express, 2021, 29(15): 24363-24372.

[87] WALLUCKS A, MARINKOVIć I, HENSEN B, et al. A quantum memory at telecom wavelengths[J]. Nature Physics, 2020, 16(7): 772–777.

[88] KIMBLE H J. The quantum internet[J]. Nature, 2008, 453(7198): 1023-1030.

[89] WU H N, LI Y H, LI B, et al. Single-Photon Interference over 8.4 km Urban Atmosphere: Toward Testing Quantum Effects in Curved Spacetime with Photons[J]. Physical Review Letters, 2024, 133: 020201.

[90] WALLS D F, MILBURN G J. Quantum optics[M]. Springer Science & Business Media, 2007.

[91] GERRY C, KNIGHT P, KNIGHT P L. Introductory quantum optics[M]. Cambridge university press, 2005.

[92] HANBURY BROWN R, TWISS R Q. The Question of Correlation between Photons in Coherent Light Rays[J]. Nature, 1956, 178(4548): 1447–1448.

[93] LAW C, WALMSLEY I A, EBERLY J. Continuous frequency entanglement: effective finite Hilbert space and entropy control[J]. Physical Review Letters, 2000, 84(23): 5304.

[94] CHRIST A, LAIHO K, ECKSTEIN A, et al. Probing multimode squeezing with correlation functions[J]. New Journal of Physics, 2011, 13(3): 033027.

[95] SHIH Y. Entangled biphoton source - property and preparation[J]. Reports on Progress in Physics, 2003, 66(6): 1009–1044.

[96] HUANG Y P, ALTEPETER J B, KUMAR P. Heralding single photons without spectral factorability[J]. Physical Review A, 2010, 82(4): 043826.

[97] LIU R Z, QIAO Y K, ZHONG H S, et al. Eliminating temporal correlation in quantum-dot entangled photon source by quantum interference[J]. Science Bulletin, 2023, 68(8): 807-812.

[98] VERNON Z, MENOTTI M, TISON C C, et al. Truly unentangled photon pairs without spectral filtering[J]. Optics Letters, 2017, 42(18): 3638.

[99] ZEILINGER A. General properties of lossless beam splitters in interferometry[J]. American Journal of Physics, 1981, 49(9): 882-883.

[100] FRESCHI A A, FREJLICH J. Adjustable phase control in stabilized interferometry[J]. Optics Letters, 1995, 20(6): 635-637.

[101] ROZTOCKI P, MACLELLAN B, ISLAM M, et al. Arbitrary Phase Access for Stable Fiber Interferometers[J]. Laser & Photonics Reviews, 2021, 15(7): 2000524.

[102] CLAUSER J F, HORNE M A, SHIMONY A, et al. Proposed experiment to test local hidden-variable theories[J]. Physical Review Letters, 1969, 23(15): 880.

[103] PUCKETT M W, LIU K, CHAUHAN N, et al. 422 Million intrinsic quality factor planar integrated all-waveguide resonator with sub-MHz linewidth[J]. Nature Communications, 2021, 12(1): 934.

[104] ZHANG M, WANG C, CHENG R, et al. Monolithic ultra-high-Q lithium niobate microring resonator[J]. Optica, 2017, 4(12): 1536-1537.

[105] STANFIELD P R, LEENHEER A J, MICHAEL C P, et al. CMOS-compatible, piezo-optomechanically tunable photonics for visible wavelengths and cryogenic temperatures[J]. Optics Express, 2019, 27(20): 28588-28605.

[106] TIAN H, LIU J, DONG B, et al. Hybrid integrated photonics using bulk acoustic resonators[J]. Nature Communications, 2020, 11(1): 3073.

[107] LIU J, TIAN H, LUCAS E, et al. Monolithic piezoelectric control of soliton microcombs[J]. Nature, 2020, 583(7816): 385-390.

[108] WANG C, ZHANG M, CHEN X, et al. Integrated lithium niobate electro-optic modulators operating at CMOS-compatible voltages[J]. Nature, 2018, 562(7725): 101-104.

[109] HE Y, YANG Q F, LING J, et al. Self-starting bi-chromatic LiNbO3 soliton microcomb[J]. Optica, 2019, 6(9): 1138-1144.

[110] RICKMAN A. The commercialization of silicon photonics[J]. Nature Photonics, 2014, 8(8): 579-582.

[111] BOUWMEESTER D, PAN J W, DANIELL M, et al. Observation of three-photon Greenberger-Horne-Zeilinger entanglement[J]. Physical Review Letters, 1999, 82(7): 1345.

[112] PAN J W, DANIELL M, GASPARONI S, et al. Experimental demonstration of four-photon entanglement and high-fidelity teleportation[J]. Physical Review Letters, 2001, 86(20): 4435.

[113] ZHAO Z, CHEN Y A, ZHANG A N, et al. Experimental demonstration of five-photon entanglement and open-destination teleportation[J]. Nature, 2004, 430(6995): 54-58.

[114] LU C Y, ZHOU X Q, GÜHNE O, et al. Experimental entanglement of six photons in graph states[J]. Nature Physics, 2007, 3(2): 91-95.

[115] YAO X C, WANG T X, XU P, et al. Observation of eight-photon entanglement[J]. Nature Photonics, 2012, 6(4): 225-228.

[116] WANG X L, CHEN L K, LI W, et al. Experimental ten-photon entanglement[J]. Physical Review Letters, 2016, 117(21): 210502.

[117] DREVER R W, HALL J L, KOWALSKI F V, et al. Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator[J]. Applied Physics B, 1983, 31: 97-105.

[118] RAMELOW S, FARSI A, CLEMMEN S, et al. Silicon-Nitride Platform for Narrowband Entangled Photon Generation[A]. 2015. arXiv: 1508.04358.

[119] LU X, LI Q, WESTLY D A, et al. Chip-integrated visible–telecom entangled photon pair source for quantum communication[J]. Nature Physics, 2019, 15(4): 373-381.

[120] LI J, ZHANG Q, WANG J, et al. An integrated 3C-silicon carbide-on-insulator photonic platform for nonlinear and quantum light sources[J]. Communications Physics, 2024, 7(1): 125.

[121] MA Z, CHEN J Y, LI Z, et al. Ultrabright quantum photon sources on chip[J]. Physical Review Letters, 2020, 125(26): 263602.

附录 A　补充内容

本附录是对论文主要内容的补充说明。

第 1 节介绍本文所使用氮化硅芯片的制备工艺流程。

第 2 节介绍 4.3 节中，光源亮度表征的实验所采用的 PDH 锁频技术。

第 3 节对比了本文所使用光源与近年来同类型光源的相关指标。

A.1　芯片加工工艺

为了制备本论文中所使用的光芯片，本人所在的课题组开发了一种标准制造工艺。该工艺结合了 DUV 步进光刻和当时最先进的减法工艺。工艺流程如图 A-1 所示，分为以下步骤：

（1）通过低压化学气相沉积（low-pressure chemical vapor deposition，LPCVD）在 SiO_2 衬底上沉积 Si_3N_4 和 SiO_2 薄膜。在沉积过程中进行热循环，以释放薄膜的应力，避免裂纹的产生。

（2）使用 DUV 步进光刻（248 nm KrF）曝光器件图案。

（3）使用干法刻蚀将图案从光刻胶掩膜转移至 SiO_2 硬掩膜，再转移至 Si_3N_4。

（4）在 1200 °C 的氮气气氛中，对刻蚀后的衬底进行热退火处理，以去除 Si_3N_4 中残留的氢。

（5）沉积 3 μm 厚的顶部 SiO_2 包层，并在 1200 °C 进行额外的热退火，最后将晶圆切割成单个芯片。

基于此工艺，我们可以基于 6 英寸（150 mm）的晶圆，在 810 nm 的厚氮化硅波导上实现小于 2.6 dB/m 的超低损耗[40]。

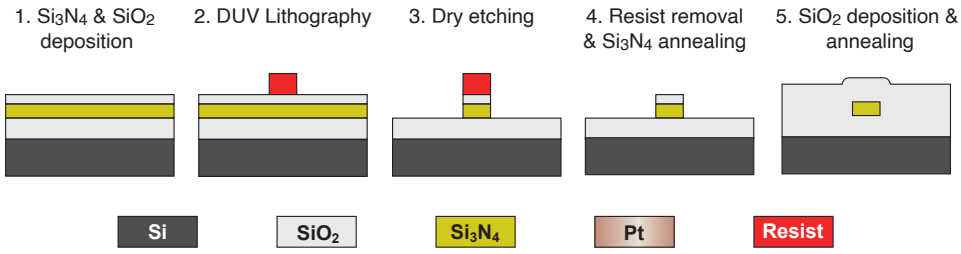


图 A-1　工艺流程图。

A.2　PDH 锁频技术

如图 A-2 所示，腔的透射谱在共振线底部斜率为零，因此仅使用光强信息无法构建有效的反馈回路。由腔模的动力学方程可知，进腔光场的频率经过共振线底部时，出腔相位会发生较为剧烈的改变，因此若可以将腔的相位信息加以利用，则可以构建有效的反馈回路。这需要利用到标准的 PDH（Pound-Drever-Hall）锁相技术。

PDH 锁相技术是一种基于光学相位调制与相干解调的高精度激光稳频方法，其核心目标是通过闭环反馈将激光频率稳定于光学谐振腔的共振频率上。该技术由 Pound、Drever 和 Hall 于 1983 年提出，其原理结合了射频调制、光学干涉与同步解调技术，显著提升了激光频率锁定的灵敏度和抗干扰能力[117]。PDH 技术的核心优势在于其通过高频调制将频率误差信息编码于相位而非光强中，可以有效抑制低频强度噪声的影响，同时利用谐振腔的高 Q 值特性实现 Hz 量级甚至亚 Hz 的频率稳定性。该技术已被广泛应用于精密测量领域，例如引力波探测器（如 LIGO）中长达千米的法布里-珀罗腔稳频、光晶格原子钟的超窄线宽激光锁定，以及量子光学实验中的单光子源频率稳定等。

本实验中所运用 PDH 锁相技术的原理如下：

入射光场为 $E = e^{-i\omega t}$，经 EOM 的正弦相位调制，光场从频域上看产生边带。假设二阶边带很弱，仅考虑一阶项，于是调制后光场为

$$E \propto e^{-i\omega t} + J_1 e^{-i(\omega+\Omega)t} - J_1 e^{-i(\omega-\Omega)t}, \tag{A-1}$$

上式中 J_1 与调制强度有关。将此光场入射谐振腔，腔模满足 Lorentz 线型，假设腔在频域上透射的响应函数为

$$F(\omega) = \frac{i(\omega-\omega_0) + (\kappa_{ex}-\kappa_0)/2}{i(\omega-\omega_0) + \kappa/2}. \tag{A-2}$$

其中 ω_0 是腔共振频率。

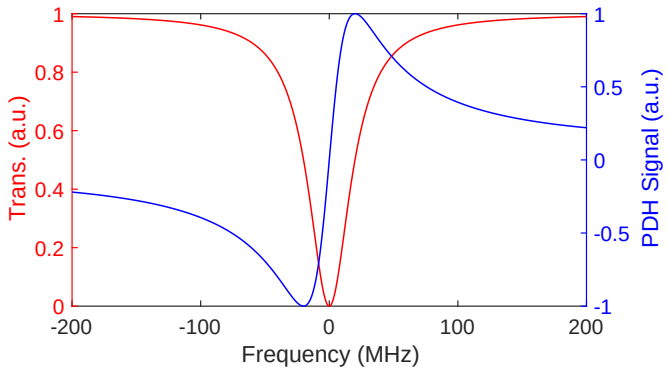


图 A-2　腔透射率曲线与 PDH 锁频曲线，环腔参数为 $\kappa_0/2\pi = \kappa_{ex}/2\pi = 20$ MHz。

于是从腔透射出的光场为

$$E \propto F(\omega)e^{-i\omega t} + J_1 F(\omega+\Omega)e^{-i(\omega+\Omega)t} - J_1 F(\omega-\Omega)e^{-i(\omega-\Omega)t}. \tag{A-3}$$

将此光场直接输入光探测器，得到光强 $I \propto EE^*$，我们仅关注探测器输出射频信号频率为 Ω 的分量，于是有

$$\begin{aligned} I_\Omega(\omega) &\propto \left[F(\omega)F^*(\omega+\Omega)e^{i\Omega t} - F(\omega)F^*(\omega-\Omega)e^{-i\Omega t}\right] + \text{h.c.} \\ &= \left[Ae^{i\Omega t} + A^*e^{-i\Omega t}\right] - \left[Be^{-i\Omega t} + B^*e^{i\Omega t}\right] \\ &\propto \text{Re}[A-B]\cos\Omega t - \text{Im}[A+B]\sin\Omega t, \end{aligned} \tag{A-4}$$

其中 $A = F(\omega)F^*(\omega+\Omega)$, $B = F(\omega)F^*(\omega-\Omega)$，参数 ω 为入射光场的频率，$I_\Omega(\omega)$ 给出了频率为 ω 的单色波经过 EOM 调制，并透过谐振腔后，其透射场被探测器直接探测，所得电信号在 Ω 频率的振幅。

图 A-2 展示了透射谱和 PDH 锁相信号的对比，其中的蓝线为 PDH 解调信号的仿真结果，该信号在腔的频率范围内具有较大的斜率。本实验中，Toptica 激光器具有 PI 反馈模块，利用 PDH 信号作为参考，驱动压电陶瓷对输出频率进行微调从而锁定到共振线底部。

A.3　光源指标对比

表 A-1 展示了基于微环谐振腔的集成量子光源指标对比。对于明确宣称了光子对产率（PGR）的文献，我们利用式（2-50）或 $0.64\kappa/2\pi$ 来计算产生光子对的线宽，并以此来计算亮度。本工作创造了 CMOS 兼容平台上基于环腔的光子对源的亮度与线宽记录。

根据式（2-55）以及谱亮度的定义可知

$$\text{Brightness} \propto \gamma^2 Q^4 R^{-2}, \tag{A-5}$$

因此基于高非线性系数、高 Q 值、小半径的环腔可以获得更高的亮度。从表中可以看出，工作[25] 中所构建的光源亮度极高，这是因为 AlGaAs 材料具有极高的 $\chi^{(3)}$（约为 Si_3N_4 的 100 倍）。然而，AlGaAs 材料无法兼容 CMOS 工艺，且难以实现超低损耗。此外，工作[25] 的亮度是基于半径为 13.91 μm 的小环实现的，使得其 FSR 超过 700 GHz，降低了频率通道的利用效率。本工作中使用的环腔半径为 228 μm，为工作[25] 的 16.4 倍。可以推算出，根据现有超低损耗氮化硅波导的工艺水平，已经可以制备足够高 Q 值的环腔并构建亮度超过 AlGaAs 的量子光源。

表 A-1　基于微环谐振腔的集成量子光源指标对比，包括光子对产率（PGR）、负载 Q 值、光子对线宽、亮度和双光子干涉对比度等。

Reference	Material	CMOS compatible	Type	PGR@1 mW (Hz)	Loaded Q	Bandwidth (GHz)	Brightness@1 mW (Hz/GHz)	Visibility
This work	**Si_3N_4**	**Yes**	**SFWM**	**3.04×10^7**	**5.0×10^6**	**0.026**	**1.2×10^9**	**97.3%**
Fan *et al.*[43]	Si_3N_4	Yes	SFWM	1.15×10^6	1.0×10^6	0.12	9.6×10^6	97.3%
Ramelow *et al.*[118]	Si_3N_4	Yes	SFWM	3.9×10^6	2×10^6	0.06	6.5×10^7	90%
Lu *et al.*[119]	Si_3N_4	Yes	SFWM	2.3×10^6	1.0×10^6	0.91	1.1×10^7	82.7%
Ma *et al.*[22]	Silicon	Yes	SFWM	1.5×10^8	9.2×10^4	2.1	1.6×10^8	95.9%
Li *et al.*[120]	3C-SiC	Yes	SPDC	9.6×10^5	2.5×10^4	5.0	1.9×10^5	86.0%
Guo *et al.*[24]	AlN	Yes	SPDC	5.8×10^6	2×10^5	0.70	8.3×10^6	–
Steiner *et al.*[25]	AlGaAs	No	SFWM	2×10^{10}	1.2×10^6	0.10	2×10^{11}	97.1%
Kummar *et al.*[76]	InP	No	SFWM	1.45×10^8	4.3×10^4	3.1	4.7×10^7	–
Zeng *et al.*[?]	GaN	No	SFWM	2.09×10^6	4.3×10^5	0.3	7.0×10^6	95.5%
Ma *et al.*[121]	PPLN	No	SPDC	2.7×10^9	1.0×10^5	1.2	2.3×10^9	–

致 谢

本论文的研究成果皆离不开良师益友的倾力支持与无私帮助。在此，谨以最诚挚的谢意，向所有为我提供指导与关怀的师长、同窗及合作伙伴致以由衷的感谢。

首先，感谢母校南方科技大学，感谢俞大鹏院士与深圳国际量子研究院。学院提供的先进实验设备与丰富的学术资源，为本研究的顺利开展奠定了坚实基础。感谢杨胜军老师对本人在学业上的支持。

本研究从选题设计到成果凝练，始终凝聚着导师团队的智慧与心血。刘骏秋老师是走在集成光学领域最前沿的学者，最令我印象深刻的是他对集成光学各个分支的代表性工作与发展现状都具有非常深刻的理解，在组会讨论时旁征博引，经常能直接告诉我们可以参考某学者的某篇文章来解决遇到的问题，多次为我们打开研究思路；他的科研品位和对研究方向的把控能力值得我不断学习。此外，刘老师总能拉来一些神奇的合作，将天南海北的学者用超低损耗氮化硅连接在一起，让我认识到真正有用的科研具有非凡的魅力。刘老师还具有非常深厚的英文学术写作功底，在指导我修改论文时，他带着我逐字逐句推敲打磨，不仅提升了文章档次，也帮助我提升了英文写作技巧；在遇到不明朗的审稿意见时，他多次鼓励我不要灰心，并且指导我如何有理有据地回复审稿意见，最终使文章顺利发表。

感谢罗弋涵老师细致入微的指导。罗老师将复杂的物理问题化繁为简的讲解，常令我豁然开朗。实验遭遇瓶颈时，他总是不厌其烦地与我探讨优化方案；数据分析阶段，他敏锐的物理直觉助我避开诸多认知误区。他既是严谨的学术引路人，亦是亦师亦友的科研伙伴。本论文的成型离不开他的指导与完善。

课题组的同门情谊是这段科研旅程中最温暖的底色。感谢工艺组的各位同袍，是你们夜以继日的努力让超低损耗氮化硅集成光学发扬光大，祝愿你们未来能将损耗做的和光纤一样低；感谢测试组的各位朋友，实验的推进离不开你们准确的表征。感谢石宝奇师兄、黄三立师弟和胡悦师姐对本实验提供芯片表征方面的帮助，感谢曾斯成对本论文写作的支持。

谨以此文献给所有关心支持我的师长亲友。

个人简历、在学期间完成的相关学术成果

个人简历

2001 年 4 月 28 日出生于安徽合肥。

2018 年 9 月——2022 年 6 月，于南方科技大学材料科学与工程系学习并获得材料学学士学位。

2022 年 9 月——2025 年 6 月，在南方科技大学量子科学与工程研究院学习并攻读物理学硕士学位。

在学期间完成的相关学术成果

学术论文

[1] **Ruiyang Chen**, Yi-Han Luo, Jinbao Long, *et al*. Ultralow-loss integrated photonics enables bright, narrow-band, photon-pair sources [J]. Physical Review Letters, 2024, 133(8): 083803. (SCI 收录, IDS 号为 Q0K1W, IF=8.1, 对应学位论文第 3-5 章)

[2] **Ruiyang Chen**, Yi-Han Luo, Jinbao Long, Junqiu Liu. Arbitrary-phase locking of fiber Mach-Zehnder interferometers [J]. Physical Review Applied, 2024, 22(5): 054051. (SCI 收录, IDS 号为 N0Q8C, IF=3.8, 对应学位论文第 5 章)

[3] Yi-Han Luo, Baoqi Shi, Wei Sun, **Ruiyang Chen**, *et al*. A wideband, high-resolution vector spectrum analyzer for integrated photonics [J]. Light: Science & Applications, 2024, 13(4): 83. (SCI 收录, IDS 号为 NC0J7, IF=20.6, 学位论文第 3 章与此工作相关)

[4] Huamin Zheng, Wei Sun, Xingxing Ding, Haoran Wen, **Ruiyang Chen**, *et al*. Programmable access to microresonator solitons with modulational sideband heating [J]. APL Photonics, 2023, 8(12): 126110. (SCI 收录, IDS 号为 CO9H2, IF=5.4)

[5] 郑华敏, 余鲲鹏, 李世昌, **陈睿扬**, 等. 超低损耗氮化硅集成光学：非线性光学和应用（特邀）[J]. 光学学报, 2024, 44, 1513018.

获奖情况

[6] 2024 年，硕士研究生国家奖学金

[7] 2024 年，第二届中国激光杂志社青衿奖（硕士组唯一获奖人）